

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|--|----|
| Введение | 5 |
| Общие положения..... | 5 |
| Общие требования к выполнению курсовой работы | 5 |
| Указания по оформлению текста..... | 6 |
| Оформление формул и математических выражений..... | 6 |
| Оформление таблиц..... | 6 |
| Состав курсовой работы..... | 7 |
| Организация подготовки и выполнения курсовой работы | 7 |
| Структура курсовой работы..... | 7 |
| 1. Теплофизика. Уравнение теплопроводности и примеры его решения | 8 |
| 1.1. Постановка задачи о теплопроводности..... | 8 |
| 1.2. Термически толстое тело | 10 |
| 1.3. Термически тонкое тело..... | 15 |
| 1.4. Случай плоской пластины $ Fo \geq 0,5 $ | 19 |
| 2. Тепловые потоки на поверхности конструкции..... | 24 |
| 2.1. Природа тепловых потоков..... | 24 |
| 2.2. Теплообмен при вынужденной конвекции..... | 25 |
| 2.3. Теплообмен при естественной конвекции | 24 |
| 2.4. Лучистый теплообмен..... | 26 |
| 2.5. Теплообмен при кипении..... | 28 |
| 2.6. Кипение в переходном режиме..... | 31 |
| 3. Прогнозирование опасных факторов пожара..... | 40 |
| 3.1. Общие сведения..... | 40 |
| 3.2. Методика решения задач..... | 40 |
| 3.2.1. Расчёт критических значений опасных факторов пожара | 40 |
| 3.2.2. Расчёт массы сгоревшего материала..... | 41 |
| 3.2.3. Расчёт материального баланса в горящем помещении | 42 |
| 3.2.4. Расчёт критического времени наступления ОФП. Расчёт коэффициента теплопотерь..... | 44 |
| 3.2.5. Расчёт критического времени наступления ОФП для кругового распространения пламени и для постоянной площади горения (зонная модель) | 47 |
| Список использованной литературы..... | 51 |
| Приложение | 52 |
| Теплопроводность в газах..... | 52 |
| Теплоёмкость газов..... | 54 |
| Вязкость газов..... | 55 |

ВВЕДЕНИЕ

Представленное учебно-методическое пособие к практическим занятиям и выполнению курсовой работы/курсового проекта по дисциплине «Теплофизика» и «Прогнозирование опасных факторов пожара» разработано на кафедре «Комплексная безопасность в строительстве» НИУ МГСУ для обучающихся по направлению 20.03.01 Техносферная безопасность, профиль «Пожарная безопасность».

При разработке учебно-методического пособия авторы стремились учесть отличительные особенности курса «Теплофизика» для обучающихся по указанному профилю по отношению к традиционному курсу «Строительная теплофизика». Эти отличия выражаются в рассмотрении процессов, происходящих при более высоких температурах, характерных для пожаров и постпожарных ситуаций. В поле зрения авторов попали также теплофизические процессы, вызывающие формирование ситуаций, характерных для техногенных аварий.

Перечисленные особенности и отличия от традиционного курса «Строительная теплофизика» потребовали сформировать и рассмотреть ряд задач. Краткий перечень этих задач включает определение температурного режима для строительных конструкций из металла, бетона и других материалов в условиях воздействия тепловых потоков от излучателя с высокой температурой и в условиях конвекции при контакте с горячими газами; охлаждение строительных конструкций и технологического оборудования, включая резервуары с горючими жидкостями, с помощью орошения водой, в том числе тонкораспылённой.

По курсу «Теплофизика» рассматриваются задачи с испарением криогенных горючих жидкостей. Этот процесс важен при формировании аварийных ситуаций.

Рассматривается, в том числе, и кипение на металлических поверхностях, когда большой вклад в теплообмен даёт переходный режим, в ходе которого теплообмен уменьшается с ростом температурного напора.

По курсу «Прогнозирование опасных факторов пожара» рассматриваются задачи, связанные с нахождением массы выгоревшего материала, критического времени достижения предельно допустимых значений опасных факторов пожара; определения коэффициента теплопотерь.

Учебно-методическое пособие нацелено на конкретную помощь в решении поставленных задач путём рассмотрения примеров решения комплексных задач теплообмена с учётом различных механизмов теплообмена, радиации, конвекции, кипения.

Основным методическим подходом выступает выбор и осмысленный физический анализ процессов, происходящих в изучаемой системе. В частности, большое внимание уделено рассмотрению условия реализации теплообмена по режиму термически тонкого и термически толстого тела, а также режимам с большим числом Фурье, когда теплообмен носит регулярный характер и существует определённая связь средней температуры, которая ищется в тепловом балансе, и температурой поверхности, через которую осуществляется теплообмен.

Авторы надеются, что представленное учебно-методическое пособие принесёт пользу обучающимся в освоении курса «Теплофизика» и будет полезно при изучении таких дисциплин как «Огнестойкость строительных конструкций», «Надёжность технических систем и техногенный риск».

Авторы с благодарностью примут замечания и советы по содержанию материала учебно-методического пособия.

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Общие требования к выполнению курсовой работы

Курсовая работа должна соответствовать ряду обязательных требований: самостоятельность исследования; анализ литературы по теме исследования; логичность изложения, аргументированность выводов и обобщений; научно-практическая значимость работы.

Вариант задания на курсовое проектирование выдаётся руководителем (как правило, преподаватель, ведущий занятия в соответствующей учебной группе).

Обучающийся должен регулярно посещать консультации у руководителя в соответствии с планом-графиком выполнения работы, предоставлять ему материал, согласовывать содержание и ход выполнения намеченных в плане-графике этапов, устранять указанные руководителем недостатки.

Курсовая работа выполняется по вариантам задания и состоит из расчётной и графической частей. В расчётной части определяются тепловые потоки и температуры поверхности тел и конструкций, а также температура среды. Графическая часть состоит из схематического изображения постановки здания, иллюстрации процессов при кипении, конвекции и радиационном тепловом потоке. В обязательном порядке строятся графики изменения температуры и тепловых потоков в зависимости от времени. Графическая часть выполняется без ссылок на ГОСТы, но в масштабе с указанием деления шкалы и размерностей величин.

Указания по оформлению текста

Текст пояснительной записки (ПЗ) должен быть представлен в распечатанном виде. Параметры полей страницы: верхнее, нижнее — 20 мм, левое — 30 мм, правое — 10 мм. Текст печатается на одной стороне писчей бумаги белого цвета формата А4 (210×297 мм) в редакторе Word for Windows гарнитурой (шрифтом) Times New Roman через 1,5 (18 пт) интервала.

Основной текст должен быть набран кеглем 14 пт; дополнительный, включая таблицы, подрисовочные подписи, литературу и др., — кеглем 12 пт; головки таблиц и условные обозначений рисунков — 10 пт. Таблицы должны быть набраны в редакторе Word или Excel.

Нумерация страниц должна быть сквозная. Номера страниц ставятся в середине верхнего поля. Первой страницей считается титульный лист. На нём номер страницы не ставится.

Разделы должны иметь порядковые номера в пределах всей ПЗ, обозначенные арабскими цифрами без точки и записанные с абзацного отступа. Подразделы должны иметь нумерацию в пределах каждого раздела. Номер подраздела состоит из номеров раздела и подраздела, разделённых точкой. В конце номера подраздела точка не ставится. Разделы, как и подразделы, могут состоять из нескольких пунктов.

Разделы, подразделы текста должны иметь заголовки. Заголовки должны чётко и кратко отражать содержание разделов, подразделов. Заголовки следует печатать с прописной буквы без точки в конце, не подчёркивая. Переносы слов в заголовках и аббревиатуры не допускаются.

Расстояние между заголовками раздела, подраздела и текста — два интервала. Каждый раздел текста ПЗ рекомендуется начинать с новой страницы.

Текст ПЗ должен быть кратким, чётким и не допускать различных толкований.

В ПЗ должны применяться научно-технические термины, обозначения и определения, единицы физических величин (СИ), их наименования, установленные стандартами, а при их отсутствии — общепринятые в научно-технической литературе.

При оформлении ссылок на литературный источник ссылка в тексте даётся в квадратных скобках, где указывается номер источника по списку литературы к ПЗ. При упоминании в тексте какого-либо автора работы необходимо указать сначала инициалы, фамилию, затем в квадратных скобках — номер по списку литературы к ПЗ.

Оформление формул и математических выражений

Все формулы и буквенные обозначения набираются в редакторе формул Microsoft Equation.

В формулах в качестве символов следует применять обозначения, установленные соответствующими стандартами. Формула должна располагаться по центру строки и отделяться от текста на 6 пт сверху и снизу, нумерация формул выравнивается по правому краю. Номер формулы (выражения) заключается в круглые скобки. Нумерация формул ведётся в пределах раздела. Номер формулы должен состоять из номера раздела и порядкового номера формулы, разделённых точкой, например (1.1) или, при сквозной нумерации, (1).

Пояснения символов и числовых значений, если они не пояснены ранее в тексте, должны быть приведены непосредственно под формулой. Пояснение каждого символа следует давать с новой строки в той последовательности, в которой символы приведены в формуле (выражении). В этом случае после формулы запятая (,), первая строка пояснения должна начинаться со слова «где» без двоеточия после него.

Оформление таблиц

Название таблицы должно отражать её содержание, быть точным и кратким. Название следует помещать над таблицей и выделять полужирным шрифтом.

Если строки или графы таблицы выходят за формат страницы, её делят на части. При переносе части таблицы на ту же или другие страницы название помещают над первой частью таблицы. Над

другими частями таблицы пишутся слова «Продолжение таблицы» с указанием номера (обозначения) таблицы, при этом повторяют её головку и боковик.

Обозначение единицы физической величины общей для всех данных в графе или строке таблицы указывают после её наименования (через запятую).

На все таблицы ПЗ должны быть приведены ссылки в тексте пояснительной записки. Текст и числовые значения величин в таблицах набираются с одинарным межстрочным интервалом и нулевым интервалом перед и после строк.

СОСТАВ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Организация подготовки и выполнения курсовой работы

Основные этапы выполнения курсовой работы: получение индивидуального варианта задания, анализ исходных данных; изучение и описание физических процессов; составление плана работы; составление плана-графика выполнения работы; проведение расчётов, написание и оформление работы; представление работы научному руководителю.

Исходные данные для выполнения курсовой работы принимаются из варианта задания и из справочной литературы. Они должны быть представлены в международной системе единиц (СИ). Наряду с единицами СИ, при необходимости в скобках указываются другие единицы. Например, «с (мин) или 60 с (1 мин)».

При изучении и описании математической модели целесообразно процесс теплообмена в помещении рассматривать как в целом (систему дифференциальных уравнений), так и по отдельным конструкциям и средам, процессам (кипение, конвекция, излучение).

Структура курсовой работы

Курсовая работа должна включать задание на выполнение курсовой работы; титульный лист; оглавление (содержание); введение; основную часть; заключение (выводы); приложения (при необходимости); библиографию (список литературы).

Оглавление должно содержать название разделов, подразделов, глав с указанием номеров страниц в тексте курсовой работы.

Введение должно быть объёмом не более 0,5–1 страницы.

Основная часть курсовой работы должна отражать:

- описание исходных данных;
- описание механизмов теплообмена и их различных режимов;
- расчёты тепловых потоков и температур при смене режимов теплообмена;
- анализ теплообмена и температур на начальной стадии при $t \rightarrow 0$ и при смене режимов; а также при $t \rightarrow \infty$.

В Заключении необходимо провести анализ результатов расчётов.

1. ТЕПЛОФИЗИКА.

УРАВНЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ И ПРИМЕРЫ ЕГО РЕШЕНИЯ

1.1. Постановка задачи о теплопроводности

При выполнении теплофизических расчётов часто необходимо пользоваться результатами решения уравнения теплопроводности. В одномерном случае это уравнение записывается в виде

$$C_p \rho \delta \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \lambda \frac{\partial T}{\partial x}. \quad (1)$$

Для выбора решения указанного уравнения следует определить начальные условия для температуры в рассматриваемой области, т.е. задать поле температуры в начальный момент времени $T_{(0,x)} = T_{0(x)}$. В дальнейшем будет часто использоваться условие $T_{0(x)} = T_0 = const$. Это означает, что в начальный момент температура одинакова. Для того чтобы уравнение (1) приобрело смысл, необходимо, чтобы на границе области или внутри неё появились источники тепла, произошло изменение температуры и возникли тепловые потоки.

Тепловые потоки имеют следующую природу.

1. Кондуктивный тепловой поток

$$q_1 = -\lambda \frac{\partial T_{x,t}}{\partial x}. \quad (2)$$

Это выражение (закон Фурье) означает, что величина теплового потока через единицу площади в единицу времени, $\frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \text{сек}}$, пропорциональна коэффициенту теплопроводности материала конструкции (или вещества среды), $\frac{\text{Дж}}{\text{м сек град}} = \frac{\text{Вт}}{\text{м град}}$, и направление теплового потока всегда в сторону уменьшения температуры (знак минус). Кондуктивный тепловой поток определяется только градиентом температуры $\frac{\partial T}{\partial x}$ и свойствами среды λ . Коэффициент теплопроводности зависит от свойств среды, в которой рассматривается тепловой поток, и от температуры этой среды. Таким образом, если задать на границах области температуру, отличающуюся от начальной температуры среды внутри области, то возникает тепловой поток внутрь области, если на границе температура $T_1 > T_0$, и из области, если температура на границе $T_2 < T_0$ (рис. 1).

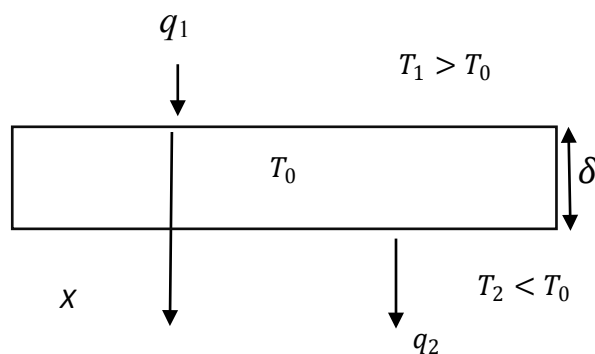


Рис. 1. Направление тепловых потоков в случае задания температуры на границах области

В результате задания вместе с начальными условиями $T_{(0,x)} = T_0$ и уравнением (1) условий на границе (граничные условия) формулируется задача о решении уравнения теплопроводности с граничными условиями первого рода (см. рис. 1):

$$C_p \rho \delta \frac{\partial T_{(t,x)}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \lambda_{(x,T)} \frac{\partial T_{(t,x)}}{\partial x}, \quad (3)$$

$$T_{(0,x)} = T_0 \text{ – начальные условия;} \quad (4)$$

$$T_{(t,0)} = T_1; T_{(t,\delta)} = T_2 \text{ — граничные условия;} \quad (5)$$

где C_p — удельная теплоёмкость среды, $\frac{\text{Дж}}{\text{кг град}}$;
 ρ — плотность среды, $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

В случае, когда коэффициент теплопроводности не зависит от координаты x (однородная среда), уравнения (1) и (3) запишутся как

$$C_p \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (6)$$

или

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (7)$$

где $\kappa = \frac{\lambda}{C_p \rho}$ — коэффициент температуропроводности, $\frac{\text{м}^2}{\text{сек}}$.

Для задачи о плоской пластине (см. рис. 1) имеется характерный размер δ (толщина). Введём характерное время изменения локальной температуры пластины t_1 , и тогда в безразмерных переменных $\bar{t} = \frac{t}{t_1}$; $\bar{x} = \frac{x}{\delta}$ уравнение теплопроводности примет вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{t_1}{\delta^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \bar{x}^2}. \quad (8)$$

Если в качестве t_1 взять $t_1 = \frac{\delta^2}{\kappa}$, то уравнения (6) и (8) запишутся в виде:

$$\frac{\partial T}{\partial \bar{t}} = \frac{\partial^2 T}{\partial \bar{x}^2},$$

$$\bar{t} = \frac{t}{t_1} = \frac{t}{\delta^2} = \frac{\lambda t}{C_p \rho \delta^2} = Fo. \quad (9)$$

Из (8) и (9) следует, что температура в соответствующих точках $\bar{x} = \frac{x}{\delta}$ изменяется во времени в соответствии с изменением комплекса $Fo = \frac{t}{\delta^2}$ — числа Фурье.

При помощи числа Fo можно сравнивать изменение температуры во времени для различных сред. Число Фурье, таким образом, характеризует время изменения локальной температуры, т.е. характеризует время прохождения теплового потока по толщине конструкции.

Случай с граничными условиями первого рода важен при стационарном процессе, когда $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$, и тогда из $\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \text{const} = -q_0$, что означает постоянство теплового потока.

Интегрирование последнего уравнения дает

$$\int_{T_1}^T \lambda dT = -q_0 x.$$

При $\lambda = \text{const}$: $T - T_1 = -\frac{q_0}{\lambda} x$;

$$\text{при } x = \delta, T = T_2 : \lambda \frac{(T_2 - T_1)}{\delta} = -q_1 \text{ и } T - T_1 = \lambda \frac{T_1 - T_2}{\lambda \delta} x,$$

$$\text{или } T = T_1 + \frac{(T_2 - T_1)x}{\delta}. \quad (10)$$

Пример. Определить температуру на границе двух конструкций (рис. 2). Стационарный режим.

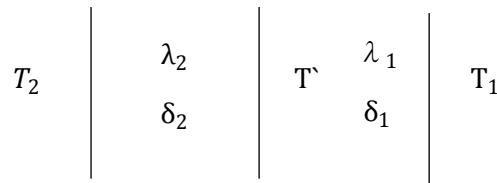


Рис. 2. Задание к примеру

При стационарном распределении температуры тепловой поток постоянный:

$$q_1 = \lambda_1 \frac{(T_1 - T')}{\delta_1}; q_2 = \lambda_2 \frac{(T' - T_2)}{\delta_2},$$

$$q_1 = q_2 \rightarrow T' = \frac{\frac{\lambda_1}{\delta_1} T_1 + \frac{\lambda_2}{\delta_2} T_2}{\frac{\lambda_1}{\delta_1} + \frac{\lambda_2}{\delta_2}}.$$

1.2. Термически толстое тело

Рассмотрим задачу о теплообмене с полубесконечным изолированным с боковой поверхности стержнем, на поверхность которого падает поток q_n . В результате взаимодействия потока q_n с поверхностью тела происходит повышение температуры поверхности T_n , и начальная разность температур среды и тела $T_c - T_0$ переходит в разность $T_c - T_n$, а тепловой поток, идущий внутрь тела, запишется как

$$q_b = \alpha(T_c - T_n). \quad (11)$$

Выражение (11) определяет тепловой поток, записанный в форме Ньютона—Рихмана. При этом начальный тепловой поток при $T_n = T_0$ будем и дальше считать падающим: $q_n = \alpha(T_c - T_0)$. В выражении (11) величина α , $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{град}}$, называется коэффициентом теплоотдачи от среды к телу, коэффициент теплоотдачи определяется, в основном, физическими свойствами среды и интенсивностью динамического (конвективного) взаимодействия между средой и поверхностью. В результате на границе раздела будет выполняться соотношение

$$q_n = q_b + q_y. \quad (12).$$

Выражение (12) отражает тот факт, что первоначально падающий на поверхность тела q_n тепловой поток со временем уменьшается на величину $q_y = \alpha(T_n - T_0)$, а поток q_b идет внутрь тела и нагревает его.

Граничное условие на поверхности тела для потока q_b имеет вид

$$q_b = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}, x = 0.$$

Здесь λ – коэффициент теплопередачи материала стержня, $x = 0$ на поверхности тела (рис. 3).

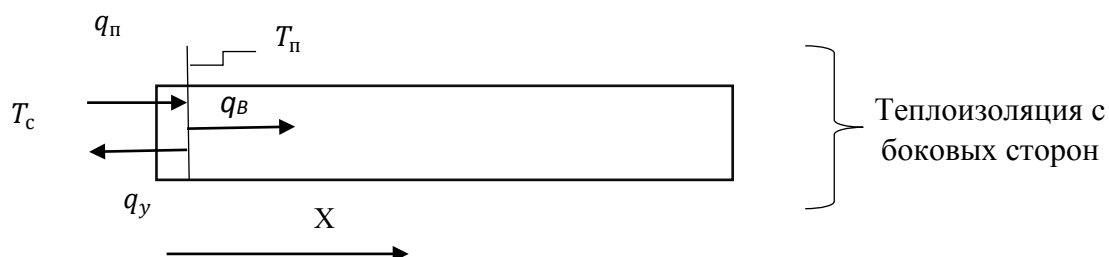


Рис.3. Тепловые потоки на границе: q_b — идущий внутрь; q_n — падающий; q_y — уходящий

В результате задача сводится к решению уравнения теплопроводности с граничными условиями третьего рода:

$$C_p \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad 0 \leq x < \infty; \quad (14)$$

$T_{0,x} = T_0$ — начальные условия;

$\alpha(T_c - T_n) = -\lambda \frac{dT}{dx}, \quad x = 0$ — граничные условия.

Условия на бесконечности $T_{t,\infty} = T_0$ и $\frac{\partial T_{t,x}}{\partial x}, \quad x \rightarrow \infty$.

Решение поставленной задачи имеет вид [1]

$$\frac{T_{x,t} - T_0}{T_c - T_0} = \operatorname{erfc} \frac{1}{2\sqrt{Fo_x}} - e^{Bi_x + \frac{t}{t_3}} \operatorname{erfc} \left(\frac{1}{2\sqrt{Fo_x}} + \sqrt{\frac{t}{t_3}} \right). \quad (15)$$

Здесь

$$Fo_x = \frac{\kappa t}{x^2}; \quad Bi_x = \frac{\alpha x}{\lambda}; \quad t_3 = \frac{\lambda \rho C_p}{\alpha^2}. \quad (16)$$

В дальнейшем будем интересоваться преимущественно температурой и плотностью теплового потока на поверхности $x = 0$. Для этого случая

$$\frac{T_{n(0,t)} - T_0}{T_c - T_0} = 1 - e^{\frac{t}{t_3}} \operatorname{erfc} \left(\frac{t}{t_3} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (17)$$

где $\operatorname{erfc} \left(\frac{t}{t_3} \right)^{\frac{1}{2}} = 1 - \operatorname{erfc} \left(\frac{t}{t_3} \right)^{\frac{1}{2}}$.

Функция $\operatorname{erfc}x$ называется интегралом ошибок, и ее значение берётся в таблицах [2].

$$\operatorname{erfc}x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-u^2} du,$$

$$\operatorname{erfc}(0) = 0, \quad \operatorname{erfc}(\infty) = 1.$$

Из физических соображений ясно, что при $t \rightarrow \infty, T_n \rightarrow T_c$, т.е. произведение $e^{\frac{t}{t_3}} \operatorname{erfc} \left(\frac{t}{t_3} \right)^{\frac{1}{2}} \rightarrow 0$ при $\frac{t}{t_3} \rightarrow \infty$.

Но при значительном росте $e^{\frac{t}{t_3}}$ при $\frac{t}{t_3} \rightarrow \infty$ выражением (17) пользоваться затруднительно. При больших значениях $\frac{t}{t_3}$ произведение $e^{\frac{t}{t_3}} \operatorname{erfc} \left(\frac{t}{t_3} \right)^{\frac{1}{2}}$ можно представить как [2]

$$e^{\frac{t}{t_3}} \operatorname{erfc} \left(\frac{t}{t_3} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{\left(\frac{t}{t_3} \right)^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{2 \left(\frac{t}{t_3} \right)^{\frac{3}{2}}} + \frac{3}{4 \left(\frac{t}{t_3} \right)^{\frac{5}{2}}} + \dots \right).$$

Следовательно, решение (17) при больших значениях $\frac{t}{t_3}$ можно записать в виде

$$\frac{T_{\text{п}} - T_c}{T_c - T_0} = 1 - \frac{1}{\pi \left(\frac{t}{t_3}\right)^{\frac{1}{2}}} \left[1 - \frac{1}{2 \left(\frac{t}{t_3}\right)} + \frac{3}{4 \left(\frac{t}{t_3}\right)^2} + \dots \right].$$

При $\frac{t}{t_3} > 8$ будем считать величину в квадратных скобках равной 1, и тогда

$$\frac{T_{\text{п}} - T_c}{T_c - T_0} = \frac{\left(\pi \frac{t}{t_3}\right)^{\frac{1}{2}} - 1}{\left(\pi \frac{t}{t_3}\right)^{\frac{1}{2}}}.$$

Из этого выражения легко получить

$$T_c - T_{\text{п}} = \frac{T_c - T_0}{\sqrt{\pi \left(\frac{t}{t_3}\right)}}. \quad (18)$$

А если вспомнить, что тепловой поток, идущий внутрь тела, $q_{\text{в}} = \alpha(T_c - T_{\text{п}})$, то получим для потока внутрь

$$q_{\text{в}} = \frac{q_{\text{п}}}{\sqrt{\pi \left(\frac{t}{t_3}\right)}} = \frac{T_c - T_0}{\sqrt{\pi \rho \lambda t}}. \quad (19)$$

Для $q_{\text{в}} = \alpha(T_{\text{п}} - T_0)$

$$q_{\text{в}} = q_{\text{п}} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\pi \rho \lambda t}} \right). \quad (20)$$

Но если вспомнить, что величина $\frac{1}{\sqrt{\pi \left(\frac{t}{t_3}\right)}}$ есть ничто иное как приближенное значение величины $e^{\frac{t}{t_3}} \operatorname{erfc} \left(\frac{t}{t_3} \right)^{\frac{1}{2}}$ при $\frac{t}{t_3} > 8$, то становится очевидным, что для любых значений $\frac{t}{t_3}$ справедливо:

$$q_{\text{в}} = q_{\text{п}} e^{\frac{t}{t_3}} \operatorname{erfc} \left(\frac{t}{t_3} \right)^{\frac{1}{2}}; \quad (21)$$

$$q_{\text{в}} = q_{\text{п}} \left[1 - e^{\frac{t}{t_3}} \operatorname{erfc} \left(\frac{t}{t_3} \right)^{\frac{1}{2}} \right]. \quad (22)$$

Произведение \exp и erfc вычислять затруднительно, поэтому как и в случае $\frac{t}{t_3} \rightarrow \infty$, подыщем более удобные приближенные значения при $\frac{t}{t_3} < 8$.

Для малых значений $\frac{t}{t_3}$ произведение разлагается по степеням $\left(\frac{t}{t_3}\right)^{\frac{1}{2}}$ и получаются результаты:

$$\exp x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \dots \quad \exp \frac{t}{t_3} = 1 + \left(\frac{t}{t_3}\right) + \frac{\left(\frac{t}{t_3}\right)^2}{2} + \dots$$

$$\dots + 1 - \operatorname{erfc} x^{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(x^{\frac{1}{2}} - \frac{x^{\frac{3}{2}}}{3} + \frac{x^{\frac{5}{2}}}{10} \right) + \dots, \text{ а следовательно,}$$

$$\frac{q_y}{q_n} = \frac{\frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{t}{t_3}\right)^{\frac{1}{2}}}{1 + \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left(\frac{t}{t_3}\right)^{\frac{1}{2}}}, \quad 0 < t/t_3 < 0,5; \quad (23)$$

$$\frac{q_y}{q_n} = \frac{\left(2 \left(\frac{t}{t_3}\right)\right)^{\frac{1}{2}}}{1 + \left(2 \left(\frac{t}{t_3}\right)\right)^{\frac{1}{2}}}, \quad 0,5 < t/t_3 < 25; \quad (24)$$

$$\frac{q_y}{q_n} = \frac{\sqrt{\pi \left(\frac{t}{t_3}\right)} - 1}{\sqrt{\pi \left(\frac{t}{t_3}\right)}}, \quad t/t_3 \geq 25. \quad (25)$$

Выражения (23)–(25) пригодны для определения температуры поверхности T_n , так как $q_y = \alpha(T_n - T_0)$.

Коэффициент теплоотдачи определяется из условий задачи. Тепловой поток, идущий в конструкцию, можно определить из условия:

$$q_b = q_n - q_y = q_n \left(1 - \frac{\sqrt{\pi \left(\frac{t}{t_3}\right)} - 1}{\sqrt{\pi \left(\frac{t}{t_3}\right)}}\right) = \frac{q_n}{\sqrt{\pi \left(\frac{t}{t_3}\right)}}, \quad t/t_3 > 25; \quad (26)$$

$$q_b = q_n \frac{1}{1 + \left(2 \frac{t}{t_3}\right)^{\frac{1}{2}}}, \quad 0,5 < t/t_3 < 25; \quad (27)$$

$$q_b = \frac{1 - 0,243 \left(\frac{t}{t_3}\right)^{\frac{1}{2}}}{1 + 0,886 \left(\frac{t}{t_3}\right)^{\frac{1}{2}}}, \quad 0 < t/t_3 < 0,5. \quad (28)$$

В выражении (26) условие $\frac{t}{t_3} > 8$ заменим более точным $\frac{t}{t_3} > 25$.

Выражения (23)–(28) применяют для термически толстых тел.

Термически толстым телом считается тело толщиной δ в течение времени $t < \frac{0,5\delta^2}{\kappa}$ или $Fo < 0,5$.

В течение этого времени тепловое возмущение на обогреваемой поверхности $x = 0$ не получит сигнал от условий на границе $x = \delta$, т.е. как будто $\delta \rightarrow \infty$.

Пример. Рассмотрим изменение температуры поверхности бетонной стены. Стена имеет следующие параметры: $\delta = 30$ см, $C_p = 1130 \frac{\text{Дж}}{\text{кг град}}$, $\rho = 2100 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, $\lambda = 1,6 \frac{\text{Вт}}{\text{м град}}$. На стену падает тепловой поток $q_1 = 40 \frac{\text{КВт}}{\text{м}^2}$, коэффициент теплоотдачи от стены $\alpha = 67 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{град}}$, начальная температура стены $T_0 = 20$ °С.

1) Определяется время, в течение которого стена является термически толстым телом:

$$t = \frac{0,5\delta^2}{\kappa} = \frac{0,5 \cdot 0,3^2 \cdot 2100 \cdot 1130}{1,6} = 6,6710^4 \text{ с.}$$

2) Характерное время изменения температуры поверхности стены

$$t_3 = \frac{C_p \rho \lambda}{\alpha^2} = \frac{2100 \cdot 1130 \cdot 1,6}{67^2} = 845,8 \text{ с.}$$

3) Предельная температура, до которой может нагреться поверхность стены, определяется из условия, что внутрь стены тепло не поступает ($q_3 = 0$). Следовательно, $q_n = q_y = \alpha(T_n^* - T_0)$.

Предельная температура

$$T_n^* = 20 + \frac{q_n}{\alpha} = 20 + \frac{40000}{67} = 617 \text{ °С, или } 890 \text{ К.}$$

Температура поверхности стены в момент, соответствующий $Fo = 0,5$, когда кончается выполнение условия, что конструкция является термически толстым телом, вычисляется из выражения (25) при $t = 6,67 \cdot 10^4$ с,

$$\frac{t}{t_3} = 78,9 > 25:$$

$$T_n = 20 + 597 \frac{\sqrt{\pi \cdot 78,9} - 1}{\sqrt{\pi \cdot 78,9}} = 579,1 \text{ °С, или } 852,1 \text{ К.}$$

Температура, соответствующая времени $t/t_3 = 25$:

$$T_n = 20 + 597 \frac{\sqrt{\pi \cdot 25} - 1}{\sqrt{\pi \cdot 25}} = 549,6 \text{ °С, или } 822,6 \text{ К,}$$

$t/t_3 = 12,5$ по выражению (24):

$$T_n = 20 + 597 \cdot \frac{5}{6} = 517,5 \text{ °С, или } 790,5 \text{ К;}$$

$\frac{t}{t_3} = 8$, $t = 6766,4$ с = 1 час 53 мин:

$$T_n = 20 + 597 \cdot \frac{4}{5} = 497,6 \text{ °С, или } 750,6 \text{ К;}$$

$\frac{t}{t_3} = 2$, $t = 1691,6$ с = 28,2 мин:

$$T_n = 20 + 597 \cdot \frac{2}{3} = 418 \text{ °С, или } 691 \text{ К;}$$

$$\frac{t}{t_3} = 1, \quad t = 845,8 \text{ с} = 14,1 \text{ мин:}$$

$$T_{\text{п}} = 20 + 597 \cdot \frac{\sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} = 369,7 \text{ }^\circ\text{C, или } 642,7 \text{ К.}$$

Далее расчет ведётся по соотношению (23).

$$\frac{t}{t_3} = 0,5, \quad t = 422,9 \text{ с} = 7,05 \text{ мин:}$$

$$T_{\text{п}} = 20 + 597 \cdot \frac{0,798}{1 + 0,6265} = 312,9 \text{ }^\circ\text{C, или } 585,9 \text{ К;}$$

$$\frac{t}{t_3} = 0,36, \quad t = 304,5 \text{ с} = 5 \text{ мин } 5 \text{ с:}$$

$$T_{\text{п}} = 20 + 597 \cdot \frac{0,68}{1,53} = 285 \text{ }^\circ\text{C, или } 558 \text{ К;}$$

$$\frac{t}{t_3} = 0,09, \quad t = 76,112 \text{ с} = 1 \text{ мин } 17 \text{ с:}$$

$$T_{\text{п}} = 20 + 597 \cdot \frac{0,3388}{1 + 0,2658} = 179,7 \text{ }^\circ\text{C, или } 432,7 \text{ К;}$$

$$\frac{t}{t_3} = 0,01, \quad t = 8,5 \text{ с:}$$

$$T_{\text{п}} = 20 + 597 \cdot \frac{0,011287}{1 + 0,0886} = 81,9 \text{ }^\circ\text{C, или } 334,9 \text{ К;}$$

$$\frac{t}{t_3} = 0; \quad T_{\text{п}} = 20 \text{ }^\circ\text{C, или } 293 \text{ К.}$$

1.3. Термически тонкое тело

Рассмотрим задачу о нагревании (охлаждении) плоской пластины в постановке, показанной на рис. 4.

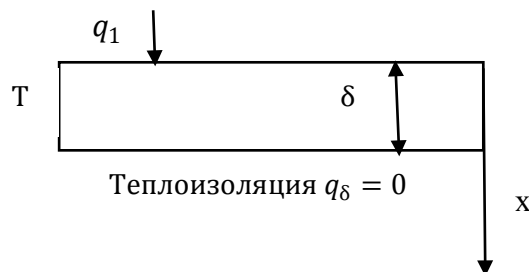


Рис. 4. Иллюстрация к задаче о термически тонком теле

Пластина имеет толщину δ , свойства материала пластины C_p , ρ , λ — коэффициент теплопроводности.

Уравнение теплопроводности

$$C_p \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \lambda \frac{\partial T}{\partial x},$$

начальное условие $T_{0,x} = T_0$;

граничное условие $-\lambda \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0} = \alpha(T_c - T_0)$; $\lambda \frac{dT}{dx} \Big|_{x=\delta} = 0$.

Проинтегрируем уравнение теплопроводности по x в пределах от 0 до δ . Введём понятие средней по толщине температуры пластины

$$\overline{T_{\text{cp}}} = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} T_{x,t} dx.$$

Конец ознакомительного фрагмента.

Приобрести книгу можно

в интернет-магазине

«Электронный универс»

e-Univers.ru