# ВВЕДЕНИЕ

Вся история человечества — это история получения и преобразования энергии.

Изобретатели и инженеры поняли, что решать проблему получения механической энергии необходимо по следующей схеме:

- преобразовать энергию из химической формы в тепловую путем окисления вещества;
- преобразовать энергию из тепловой формы в механическую с помощью расширительной машины.

Реализация этой схемы на практике привела к созданию двигателя внутреннего сгорания (ДВС).

Создание новых двигателей и совершенствование уже существующих представляет собой весьма сложный процесс, включающий, как правило, широкий комплекс расчетно-теоретических и экспериментальных работ, основанных на использовании результатов научных исследований и последних достижений в мировом двигателестроении. Использование современных компьютерных технологий позволяет ускорить процесс проектирования и отработки конструкции новых двигателей с широким спектром энергетических возможностей.

В теории ДВС используются в основном аналитические методы исследования, которые без больших затрат позволяют получить модель явления. Но критерием достоверности этой модели является практика. Поэтому для проверки достоверности полученных моделей явлений проводятся экспериментальные исследования, являющиеся более трудоемкими и сложными. Следовательно, роль экспериментальных исследований чрезвычайно высока. Экспериментальные исследования проводятся в специальных лабораториях.

В России имеется достаточное количество моторостроительных заводов, позволяющих обеспечить наземный транспорт современными двигателями. Среди них такие ведущие предприятия отрасли, как:

- Ярославский моторный завод (ОАО «Автодизель»; двигатели марки ЯМЗ);
- Камский автомобильный завод (ОАО «Камаз», г. Набережные Челны; производство автомобилей и двигателей к ним);

- Челябинский тракторный завод (тракторы и двигатели типа В-2 и 2В для различной техники, в том числе и военного назначения (танки Т-72, Т-90 и их модификации));
- Барнаульский завод транспортного машиностроения (ОАО «Барнаултрансмаш»; двигатели типа УТД: УТД-20; УТД-29 военного назначения);
- Калужский моторостроительный завод «КАДВИ» (транспортные газотурбинные двигатели ГТД-1000, ГТД-1000Т, ГТД-1000ТФ, ГТД-1250 военного назначения (танк Т-80 и его модификации));
- Алтайский моторостроительный завод (двигатели для специальных тракторов, г. Барнаул);
- Рыбинский моторостроительный завод (ОАО «Рыбинские моторы», г. Рыбинск; двигатели для тракторов и приводы энергоагрегатов).

Заводы, как правило, имеют испытательные станции, позволяющие испытывать двигатели применительно к различным условиям их эксплуатации. Однако проанализировать результаты испытаний и сделать правильные выводы без знания теории ДВС и условий движения гусеничной или колесной машины невозможно. Поэтому в пособии приводятся краткие сведения из теории и конструкции гусеничных машин и ДВС, позволяющие учащимся правильно проанализировать результаты испытаний и сделать соответствующие выводы. Поскольку двигатель является неотъемлемой частью гусеничной машины и его характеристики определяются внешними условиями движения, то в пособии кратко рассмотрены вопросы совместной работы двигателя и трансмиссии машины. Это позволит учащимся глубже уяснить возможные режимы работы двигателя в реальных условиях эксплуатации.

Для более глубокого анализа эффективности работы испытываемого двигателя или топливной аппаратуры следует пользоваться литературой, приведенной в конце пособия.

Выражаю особую признательность рецензентам пособия — заслуженному деятелю науки Российской Федерации, доктору технических наук, профессору, академику Академии военных наук В. С. Кукису и доктору технических наук, профессору Ю. К. Машкову, научные дискуссии и общение с которыми позволили улучшить методику изложения материала.

Все замечания и пожелания автор с благодарностью примет и учтет в дальнейшей работе.

644098, г. Омск-98, ОТИИ, кафедра «Двигатели».

ГЛАВА 1

# ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ПРИБЛИЖЕННЫХ ЧИСЛАХ

## 1.1. ТОЧНЫЕ И ПРИБЛИЖЕННЫЕ ЧИСЛА

В любых инженерных и научных расчетах, а также при обработке результатов экспериментальных исследований необходимо различать точные и приближенные значения величин, выраженных числами. Когда значения всех исходных данных являются точными, расчеты ведут по правилам точных вычислений. Если среди значений исходных данных имеются приближенные, то расчеты ведут по правилам приближенных вычислений.

Точными числами выражаются:

- числовые коэффициенты и показатели степени в формулах;
- коэффициенты, отражающие кратность и дальность единиц измерения;
- числа, отражающие цены, тарифы, масштабы;
- числа, заданные определениями и др.

К приближенным числам относятся:

- результаты измерения различных величин;
- округленные значения точных чисел;
- табличные значения математических, физических и химических величин и др.

Рассмотрим формулу для определения объема шара:

$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot R^3.$$

В этой формуле числа 4/3 и показатель степени 3 являются точными числами. Другие величины — $\pi$ и $R$ не могут быть выражены точными числами.

Рассмотрим другой пример:

$$5 \text{ м} = 5 \cdot 100 \text{ см}.$$

Коэффициент 100 является точным числом.

Число 2 в химической формуле воды $H_2O$ является точным числом. Все натуральные числа являются точными.

Вместе с тем сила тока $I = 2{,}2$ А, измеренная с помощью амперметра, выражается приближенным числом. Число $\pi = 3{,}14$ также является приближенным. Значение корня $\sqrt{2} = 1{,}41$ также является приближенным.

## 1.2. АБСОЛЮТНАЯ И ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ПОГРЕШНОСТЬ

При измерениях различных величин в подавляющем большинстве случаев получают не абсолютно точные, а приближенные значения. Иными словами, если измеряется некоторая величина $x$, то результат $x_{\text{изм}}$ несколько отличается от истинного значения $x_{\text{ист}}$ (причины неточностей измерения будут рассмотрены в дальнейшем).

Разность между приближенным значением $x_{\text{изм}}$ и точным $x_{\text{ист}}$

$$x_{\text{изм}} - x_{\text{ист}} = \delta x \qquad (1.1)$$

характеризует отклонение полученного результата от истинного значения искомой величины и называется абсолютной погрешностью измерения. При $x_{\text{изм}} > x_{\text{ист}}$ абсолютная погрешность положительна, а при $x_{\text{изм}} < x_{\text{ист}}$ — отрицательна.

В большинстве случаев точное значение $x_{\text{ист}}$ неизвестно и, следовательно, не всегда можно определить знак погрешности. Практически это не является существенным — важна лишь величина отклонения, поэтому погрешность измерения характеризуют модулем разности:

$$|x_{\text{изм}} - x_{\text{ист}}| = |\delta x|.$$

При повторных измерениях в одних и тех же условиях опыта результаты оказываются разными — наблюдается их разброс. Это указывает на неодинаковые значения абсолютных погрешностей в разных опытах. Максимальная абсолютная погрешность $\Delta x$ является верхней границей погрешности $|\Delta x|$. Она определяется неравенством

$$\Delta x \geq |x_{\text{изм}} - x_{\text{ист}}| \qquad (1.2)$$

и принимается за количественную оценку точности измерения.

С целью упрощения терминологии величину $\Delta x$ принято называть *абсолютной погрешностью измерения* или просто *погрешностью*, понимая под этим модуль границы абсолютной погрешности.

Из неравенства (1.2) следует, что

$$x_{\text{изм}} - \Delta x \leq x_{\text{ист}} \leq x_{\text{изм}} + \Delta x, \qquad (1.3)$$

т. е. истинное значение величины $x_{\text{ист}}$ лежит в интервале

$$[x_{\text{изм}} - \Delta x;\, x_{\text{изм}} + \Delta x].$$

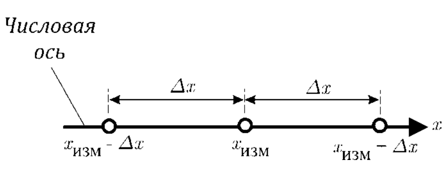


**Рис. 1.1**
Диапазон возможного нахождения измеряемой величины

Абсолютная погрешность $\Delta x$ определяет полуширину этого интервала (рис. 1.1).

Результат измерения записывают в следующей форме:

$$x = x_{\text{изм}} \pm \Delta x. \qquad (1.4)$$

Например, диаметр поршня двигателя $D = (104{,}5 \pm 0{,}2)$ мм. Отсюда следует, что *нижняя граница* значения диаметра НГ ($D$) = 104,3 мм, *верхняя граница* ВГ ($D$) = 104,7 мм, а само значение диаметра поршня лежит в интервале от значения $D$ = 104,3 мм до значения $D$ = 104,7 мм. Приведенная форма записи приближенных называется интервальной. Абсолютная погрешность $\Delta x$ не всегда удобна для характеристики точности измерения. Например, абсолютная погрешность длины $\Delta L = 1$ мм при длине предмета $L = 10^{12}$ мм несущественна, а при длине $L = 10$ мм она весьма *значительна*. Совершенно непригодно понятие абсолютной погрешности для сравнения точности величин с неодинаковыми размерностями. Поэтому для определения и сравнения точности измерений используют *относительную* погрешность, представляющую собой *отношение* абсолютной погрешности к значению измеряемой величины:

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_{\text{ист}}} \approx \frac{\Delta x}{x_{\text{изм}}}. \tag{1.5}$$

Величина $\Delta x$ является верхней границей абсолютной погрешности, а величина $\varepsilon$ — верхней границей относительной погрешности.

Из соотношений (1.5) следует, что относительная погрешность показывает, какую часть (долю) абсолютная погрешность составляет от самой величины. Обычно относительную погрешность выражают в процентах:

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_{\text{изм}}} 100\%. \tag{1.6}$$

Например, если объем сосуда $V = 4{,}57$ м$^3$ определен с точностью $\Delta V = 0{,}005$ м$^3$, относительная погрешность будет

$$\varepsilon = \frac{\Delta V}{V} \cdot 100\% = \frac{0{,}005}{4{,}57} \cdot 100\% \approx 0{,}11\%.$$

Это означает, что абсолютная погрешность $\Delta V$ составляет примерно 0,11% от измеряемой величины $V$.

Часто применяют выражение типа: «Расход топлива $G$ определен с точностью до $\Delta G = 1$ г». Такое выражение означает, что абсолютная погрешность определения расхода топлива составляет 1 г. Следует заметить, что такие выражения не являются корректными. Под точностью определения расхода топлива следует понимать величину, обратную относительной погрешности. Например, если в приведенном выше примере относительная погрешность определения объема тела равна примерно 0,11%, то точность вычисления объема в данном случае составляет $1/\varepsilon = 1/0{,}0011 \approx 909$.

## 1.3. ЗНАЧАЩИЕ ЦИФРЫ

Измеряя различные величины, мы в конечном итоге их свойства выражаем числами. Числа определяют собой набор цифр. Цифры могут быть значащими и незначащими. Значащими называют все цифры, стоящие справа после любого количества нулей (если смотреть слева направо), и только нулей. Например, число 1957 имеет четыре значащие цифры. Число 10 045,078 имеет восемь значащих цифр. Число 0,0000034 имеет всего две значащие цифры, так как оно может быть записано в виде $3{,}4\cdot10^{-6}$. Значащей цифра называется потому, что она является представителем того или иного разряда, т. е. она выражает определенный разряд числа. В приближенном числе 7,540 цифра 7 означает разряд единиц, цифра 5 — разряд десятых, цифра 4 — разряд сотых, а цифра 0 — разряд тысячных. Десятитысячные и более мелкие разряды неизвестны. Поэтому соответствующие разряды не означены низкими цифрами.

Если в некотором сообщении записано, что между городами Омск и Москва курсируют 4 самолета, то можно утверждать, что это число точное. Не может же курсировать между городами 3,6 самолета, так как 0,6 самолета летать не может. В данном случае после цифры 4 мы можем записать сколько угодно нулей (и только нулей). В таком случае неозначенные разряды определены — это нули, т. е. можно записать $4 = 4{,}0 = 4{,}00$.

Если приобретено 4 кг некоторого продукта, то можно утверждать, что это число не точное, поскольку уже при взвешивании могут возникать погрешности (и они имеют место). В данном случае в этом числе неозначенные разряды не определены (4 кг $\neq$ 4,00 кг).

Как уже отмечалось, нули, стоящие в начале любого числа (другие цифры не допускаются), не являются значащими. В числе 0,003456 только четыре значащие цифры. Первые три нуля являются незначащими, так как они играют вспомогательную роль — служат указанием соответствующих десятичных разрядов другими цифрами (3, 4, 5, 6). Такое указание можно осуществлять и другими способами, не используя нулей в начале числа, например записав его в его в стандартной форме — $3{,}456\cdot10^{-3}$. Именно таким образом стремятся записывать значения физических величин.

Приведем несколько значений физических величин, записанных в стандартной форме:

- постоянная (константа) Авогадро

$$N_a = 6{,}0221367\times10^{23}\ \frac{1}{\text{моль}};$$

- универсальная газовая постоянная (константа)

$$R = 8{,}31451\,\frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}};$$

- постоянная (константа) Больцмана

$$k = 1{,}380658\times10^{-23}\ \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$

## 1.4. ВЕРНЫЕ, СОМНИТЕЛЬНЫЕ И НЕВЕРНЫЕ ЦИФРЫ

Приближенные числа, получаемые в результате измерений и вычислений, могут содержать разное количество значащих цифр, среди которых есть верные, сомнительные и неверные.

Цифра приближенного числа называется верной, если его абсолютная погрешность не превышает одной единицы того разряда, в котором стоит данная цифра.

Например, в приближенном числе $75 \pm 2$ цифра 7 выражает десятки, 5 — единицы. Цифра 2 выражает единицы. Цифра 2 превышает единицу последнего разряда числа $(2 > 1)$, поэтому в приведенном приближенном числе цифра 7, стоящая в разряде десятков, является верной. О цифре 5, стоящей в разряде единиц, этого сказать нельзя. Следовательно, она является сомнительной. В приближенном числе $75{,}4 \pm 0{,}2$ абсолютная погрешность 0,2 превышает единицу последнего разряда числа $(0{,}2 > 0{,}1)$, следовательно, первые две цифры 7 и 5 являются верными, а цифра 4 — сомнительной.

Нетрудно установить, что в приведенном ниже числе $(4{,}5234567 \pm \pm 0{,}0000004)\cdot 10^5$ цифры 4, 5, 2, 3, 4, 5 и 6 являются верными, а число 7 является сомнительным, поскольку $0{,}0000004 < 0{,}0000001$.

Таким образом, количество верных значащих цифр в приближенном числе однозначно определяется его абсолютной погрешностью. Цифра, стоящая за последней верной цифрой, является не вполне точно определенной: в ней содержится погрешность, поэтому она называется сомнительной. В приведенных примерах сомнительными являются цифры 5 в разряде единиц, 4 — в разряде десятых и 7 — в разряде десятимиллионных.

Цифры приближенного числа, стоящие после сомнительного числа, являются неверными. Действительно, так как сомнительная цифра не может быть определена точно, то цифры последующих младших разрядов невозможно найти и даже оценить. Поэтому неверные цифры, как не содержащие реальной информации, бессмысленны и должны быть отброшены. Например, в приближенном числе $345{,}6 \pm 5$ имеется четыре значащие цифры: 3, 4, 5, 6. Из них первые две (3 и 4) верные, третья (5) — сомнительная $(5 > 1)$. Последняя цифра (6) является неверной и поэтому должна быть отброшена. Правильной запись будет в таком виде: $345 \pm 5$. По этой же причине числа $345{,}6 \pm 0{,}5$ и $750{,}245 \pm 0{,}4$ правильней будет записать в таком виде: $345{,}5 \pm 0{,}5$ и $750{,}2 \pm 0{,}4$.

Во всех случаях в последнем разряде приближенного числа должна стоять сомнительная цифра. Неверные цифры не записываются. Именно в сомнительной цифре содержится погрешность измерения или вычисления.

## 1.5. ОКРУГЛЕНИЕ ЧИСЛА

Точные и приближенные числа можно округлять, т. е. уменьшать количество их значащих цифр. Чтобы округлить число до $n$ значащих цифр, отбрасывают все цифры, стоящие справа после $n$-го разряда. При этом руководствуются следующими правилами:

1. Если первая (при счете слева направо) отбрасываемая цифра округляемого числа меньше 5, то последняя сохраняемая цифра *не изменяется*. Например, число $\pi = 3{,}1415 \approx 3{,}14$. Последняя цифра округленного числа (4) в разряде сотых осталась без изменений, так как первая отброшенная цифра (1) в разряде тысячных меньше 5.

2. Если же первая отбрасываемая цифра больше или равна 5, то последняя сохраняемая цифра увеличивается на одну единицу. Например, число

$0{,}758 \approx 0{,}76$. Последняя сохраняемая цифра в данном числе (в разряде сотых) в результате округления увеличилась на 1.

Округление числа $\pi = 3{,}1415 \approx 3{,}14$ произведено с недостатком, так как округленное число стало меньше, чем было до округления: $3{,}14 < 3{,}1415$. Во втором случае округление выполнено с избытком, так как $0{,}76 > 0{,}758$.

Возможны случаи, когда после округления в последнем разряде округленного числа окажется 0. Он обязательно сохраняется. Например, $550{,}34 \approx 550$; $0{,}3404 \approx 0{,}340$; $56{,}95 \approx 57{,}0$. Нулей может быть несколько: $199{,}8 \approx 200$. Рассмотрим более подробно порядок округления числа 0,1996749:

$$0{,}1996749 \approx 0{,}199675;$$
$$0{,}199675 \approx 0{,}19968;$$
$$0{,}19968 \approx 0{,}1997;$$
$$0{,}1997 \approx 0{,}200.$$

Таким образом, окончательно получим $0{,}1996749 \approx 0{,}200$.

Если округляется целое число (или вместе с дробной частью и целая часть числа), то результат, полученный после отбрасывания цифр, надо умножить на $10^n$, где $n$ — целое положительное число, равное количеству отброшенных цифр целого числа (или целой части числа). Округлим численное значение величины нормального атмосферного давления $p_о = 101325$ Па:

$$p_о = 101325\ \text{Па} = 1{,}01325 \cdot 10^5\ \text{Па};$$
$$p_о = 1{,}01325 \cdot 10^5\ \text{Па} \approx 1 \cdot 10^5\ \text{Па}.$$

В качестве примера округлим число 13 999,9457:

$$13\,999{,}9457 \approx 13\,999{,}946;$$
$$13\,999{,}946 \approx 13\,999{,}95;$$
$$13\,999{,}95 \approx 14\,000{,}0;$$
$$14\,000{,}0 \approx 1{,}40000 \cdot 10^4.$$

Следует заметить, что округление чисел необходимо производить с учетом условий решаемой задачи, а не отвлеченно. Например, во время полета от Омска до Берлина самолет расходует 64 377 л топлива (цифра отвлеченная). Округлим это число. В этом случае получим

$$64\,377\ \text{л} = 6{,}4377 \cdot 10^4\ \text{л} \approx 6 \cdot 10^4\ \text{л}.$$

Выходит, что в инструкции по обслуживанию самолета специалисту по заправке может быть указана цифра $6 \cdot 10^4$ л. Однако ясно, что с таким количеством топлива самолет не долетит до конечного пункта. Причина здесь кроется в том, что округление произведено с недостатком. Но, исходя из условий задачи, округление необходимо производить с избытком, чтобы исключить любой риск. Тогда можно бы записать следующее значение количества заправляемого в самолет топлива $6{,}44 \cdot 10^4$ л. Здесь округление произведено с избытком, так как теперь $6{,}44 \cdot 10^4 > 64\,377$. Однако, исходя из протяженности маршрута, такое округление также весьма рискованно. Любой маневр самолета приведет к некоторому перерасходу топлива, а 23 л топлива может быть недостаточным для такого маневра. В этом случае число следует округлить с избытком до значения $7 \cdot 10^4$ л. Теперь самолет будет иметь дополнительный запас топлива, равный 5623 л. Такого количества топлива, возможно, будет достаточно для осуществления дополнительного маневра самолетом и посадки в конечном пункте. С другой стороны, округление можно было бы произвести до значения $7 \cdot 10^4$ л $= 0{,}7 \cdot 10^5 \approx 1 \cdot 10^5$. В этом случае самолет будет сильно перегружен и с таким избытком топлива не сможет осуществить посадку.

Таким образом, приведенный выше пример указывает на то, что округление чисел должно производиться с учетом условий решаемой задачи.

В некоторых случаях округление искусственно производят с недостатком. Пусть объем бензобака автомобиля равен 45,6 л. Естественно, что на заправке водителю следует указать заправщику количество топлива 45 л или даже 40 л в зависимости от количества топлива, оставшегося в баке.

При расчете инженерных конструкций часто задают коэффициент запаса прочности основных деталей. Этот коэффициент назначают на основе результатов экспериментальных исследований, округляя затем его с избытком до целого значения.

Такие случаи округления встречаются редко, а поэтому в инженерных расчетах и научных исследованиях пользуются основными правилами округления.

Следует иметь в виду, что:

- при округлении приближенных чисел их точность уменьшается, так как к первоначальной погрешности добавляется еще погрешность, обусловленная округлением;
- при округлении точных чисел в подавляющем большинстве случаев получаются приближенные числа. Исключение составляет случай, когда отбрасываются нули в конце точного числа. Погрешность полученного числа равна погрешности округления. Например, термодинамическая температура кипения воды (при нормальном атмосферном давлении) $T = 373{,}16$ К. Округлим это значение до единиц кельвинов: $T = 373{,}15 \approx 373$ К. Тогда абсолютная погрешность равна $\Delta T = |373{,}15 - 373| = 0{,}15$ К;
- при округлении чисел по основным правилам абсолютная погрешность округления не превышает половины единицы последнего сохраняемого в числе разряда. Поэтому все значащие цифры округленного числа будут верными. Например, плотность воздуха (при нормальных условиях) $\rho = 1{,}2928$ кг/м$^3$ $\approx 1{,}29$ кг/м$^3$. В числе 1,29 все цифры верные, так как абсолютная погрешность округленного числа равна $\Delta\rho = |1{,}2928 - 1{,}29| = 0{,}0028$ кг/м$^3$.

Последняя цифра (9) в округленном числе стоит в сотых. Чтобы цифра была верной, ее абсолютная погрешность должна быть не больше единицы этого разряда, т. е. $\Delta\rho \le 0{,}01$ кг/м$^3$. В данном случае это условие выполняется:

$$\Delta\rho = |1{,}2928 - 1{,}29| \text{ кг/м}^3 = 0{,}0028 \text{ кг/м}^3 < 0{,}01 \text{ кг/м}^3.$$

Как уже отмечалось, при записи приближенных значений измеренных или вычисленных величин принято указывать верные и одну сомнительную цифры. В последнем разряде полученных результатов может оказаться любая цифра — 0, 1, ..., 9. Например, измеряется длина некоторой детали с помощью линейки. Один конец детали совмещен с нулевой отметкой шкалы, а второй конец детали совпадает с отметкой шкалы, равной 4 см и 3 мм. Тогда в ответе записываются 4,3 см. Может случиться так, что второй конец детали совпадает с отметкой шкалы 7 см. Теперь в ответе следует записать значение $L = 7$ см.

Если стрелка вольтметра остановилась посредине между метками 64 и 65, то в ответе указывают $U = 64{,}5$ В. Если бы стрелка вольтметра остановилась на отметке 64 и 65, то в ответе следует записать: $U = 64{,}0$ В или $U = 65{,}0$ В. Следует заметить, что в последнем случае можно записать: $U = 64$ В или $U = 65$ В. Возникает вопрос: «Нужно ли в этих числах писать цифру 0? Если да, то когда?».

Оказывается, что цифра 0 в числах несет определенную информацию о назначении измеряемой или вычисляемой физической величины. Запишем два числа: 6,40 и 6,4, и определим их различие. Если эти числа точные, то между ними никакой разницы нет, т. е. они равноценны. Если эти числа приближенные, то в цифре 6,4 известны целые (точно) и десятые (приближенно). О сотых, тысячных и так далее сказать что-либо определенное невозможно. В числе 6,4 цифра 6 верная, а 4 — сомнительная. В числе 6,40 известны целые (6), десятые (4) и сотые (0). Цифры 6 и 4 определены точно, а 0 — приближенно. О тысячных и так далее сказать что-либо определенное невозможно. В числе 6,40 цифры 6 и 4 верные, а цифра 0 — сомнительная.

В технической характеристике танкового поршневого двигателя В-84 записано, что ход поршня $S = 180$ мм. Иногда эту величину записывают так: $S = 18$ см или $S = 0{,}18$ м. Правильны ли эти записи? Оказывается, нет. В первом числе три значащие цифры (1, 8 и 0), а во втором и третьем — две (1 и 8). В последней записи потеряна часть, информации (о сотых и тысячных долях метра).

Таким образом, становится ясным, что в случае, когда цифра 0 в конце приближенного числа является верной или сомнительной, ее обязательно нужно указывать. Правильной будет запись

$$S = 180 \text{ мм} = 18{,}0 \text{ см} = 0{,}180 \text{ м}.$$

В такой записи сохранены все значащие цифры.

Говоря об отбрасывании нулей в конце приближенного числа, следует отметить и другую крайность — приписывание дополнительных нулей в конце приближенного числа после его сомнительной цифры. Например, измеренная с помощью мерной ленты с сантиметровыми делениями длина стола оказывается равна $L = 91$ см. Иногда записывают это значение в таком виде $L = 91{,}0$ см. Равноценны ли эти записи? Оказывается — нет. С помощью мерной ленты невозможно провести измерение с точностью до миллиметра. Поэтому десятые доли сантиметра в приближенном числе (в результате измерения) неизвестны. А заменить их нулем — значит внести ложную информацию. Неверной по той же причине будет и запись $L = 910$ мм.

Первая запись означает, что измерения производятся с точностью до $\Delta L = 1$ см. В этом случае относительная погрешность

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}100\% = \frac{1\,\text{см}}{91\,\text{см}}100\% \approx 1{,}100\%.$$

Вторая запись означает, что измерения произведены с точностью $\Delta L = 0{,}1$ см. Относительная погрешность измерения в этом случае

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}100\% = \frac{0{,}1\,\text{см}}{91\,\text{см}}100\% \approx 0{,}1100\%.$$

Третья запись означает, что измерения произведены с точностью до значения $\Delta L = 1$ мм. Относительная погрешность измерения в этом случае

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}100\% = \frac{1\,\text{мм}}{910\,\text{мм}}100\% \approx 0{,}1100\%.$$

Такую точность измерения, как записано для второго и третьего случаев, мерная лента с сантиметровыми делениями дать не может. Поэтому верной будет первая запись измерения длины стола: $L = 91$ см.

На спортивных состязаниях спортсмен пробежал 100 м за время $t = 11{,}8$ с. В протокол соревнований внесена запись $t = 11{,}80$ с. Правильно ли произведена запись времени? Если применялся секундомер электронного типа, то возможно, что эта запись верная (хотя и приближенная). Если применялся обычный секундомер, который может определять десятые доли секунды, то эта запись неверна. Это объясняется тем, что обычный секундомер не может зафиксировать сотые доли секунды, поэтому в записи $t = 11{,}80$ с цифры 1 и 1 являются верными, 8 — сомнительной, а 0 — неверной. Неверная цифра должна быть отброшена. Таким образом, правильная запись имеет вид $t = 11{,}80$ с.

Часто допускаются ошибки при записи значений физических величин, размерность которых приходится преобразовывать. Например, неправильной будет запись

$$L = 19{,}5 \text{ м} = 1950 \text{ см} = 19\,500 \text{ мм}.$$

Правильной является запись:

$$L = 19{,}5 \text{ м} = 1{,}95\cdot 10^3 \text{ см} = 19{,}5\cdot 10^4 \text{ мм}.$$

В первой записи при переходе к мелким единицам размерности количество значащих цифр увеличивается, а во второй — сохраняется одно и то же.

Запись $L = 10^4$ м неправильна, поскольку в ней не определено количество значащих цифр. А запись $L = 1\cdot 10^4$ м является правильной, поскольку в ней уже определена одна значащая цифра. В записи $L = 1{,}00\cdot 10^4$ м уже определены три значащие цифры. Действительно, первую запись можно осуществить таким образом:

$$L = 10^4 \text{ м} = 1\cdot 10^4 \text{ м};$$
$$L = 10^4 \text{ м} = 1{,}0\cdot 10^4 \text{ м};$$
$$L = 10^4 \text{ м} = 1{,}00\cdot 10^4 \text{ м};$$
$$L = 10^4 \text{ м} = 1{,}000\cdot 10^4 \text{ м};$$
$$L = 10^4 \text{ м} = 1{,}0000\cdot 10^4 \text{ м}.$$

Эти записи можно продолжать. В этих записях разное количество значащих цифр.

## 1.6. ОФОРМЛЕНИЕ ДАННЫХ СПРАВОЧНЫХ ТАБЛИЦ

В инженерных расчетах и научных исследованиях часто пользуются табличными данными. Эти данные в справочных таблицах в основном получены экспериментальными или расчетными методами и являются приближенными. О погрешностях, не позволяющих получить точные данные, будет сказано в следующей главе. Действительно, часто в расчетах пользуются микрокалькуляторами. Многие знают, что микрокалькулятор может отразить определенное количество разрядов числа. Поскольку в современных микрокалькуляторах используется показательная форма записи числа, то задать при вычислениях большое количество значащих цифр не представляется возможным. Те значащие цифры, которые не могут быть отражены на экране микрокалькулятора, не могут быть введены в него, и поэтому не будут участвовать в вычислениях. Следовательно, чем больше цифр может отразить микрокалькулятор, тем больше точность вычислений, производимых им.

Числовые значения величин перед занесением их в таблицы округляют по основным правилам и сохраняют в них только верные цифры. Следовательно, разность между записанным в таблице и неокругленным значением какой-либо величины не превышает половины единицы последнего разряда округленного значения.

*Таблица 1.1*

**Плотность некоторых газов при нормальных атмосферных условиях ($p_0$ = 760 мм рт. ст., $T_0$ = 273,15 К)**

| Наименование вещества | Плотность, кг/м³ |
|---|---|
| Водород | 0,0899 |
| Метан | 0,7168 |
| Аммиак | 0,6614 |
| Азот | 1,2505 |
| Воздух | 1,2928 |
| Кислород | 1,4290 |
| Углекислый газ | 1,9770 |
| Окись углерода | 1,2500 |

Форма записи приближенного числа с указанием только верных значащих цифр называется табличной. Если приближенное число записано в табличной форме и погрешность округления его не указана, то абсолютную погрешность оценивают как половину единицы последнего разряда записанного числа.

Рассмотрим табл. 1.1, в которой приведены значения плотности некоторых газов.

Из таблицы находим, что плотность воздуха при нормальных атмосферных условиях $\rho = 1{,}2928$ кг/м$^3$. Все цифры в этой записи верные. Последнее число (8) стоит в разряде десятитысячных. Сомнительная цифра в этой записи отброшена путем округления. Округление может производиться с избытком или недостатком.

Фактически это означает, что справедливы следующие записи:

$$\rho = 1{,}29275 \text{ кг/м}^3;\ \rho = 1{,}29276 \text{ кг/м}^3;$$
$$\rho = 1{,}29277 \text{ кг/м}^3;\ \rho = 1{,}29278 \text{ кг/м}^3;$$
$$\rho = 1{,}29279 \text{ кг/м}^3;\ \rho = 1{,}29280 \text{ кг/м}^3;$$
$$\rho = 1{,}29281 \text{ кг/м}^3;\ \rho = 1{,}29282 \text{ кг/м}^3;$$
$$\rho = 1{,}29283 \text{ кг/м}^3;\ \rho = 1{,}29284 \text{ кг/м}^3.$$

Округляя приведенные выше данные, всегда получим плотность воздуха, равную $\rho = 1{,}2928$ кг/м$^3$. Определим наибольшую абсолютную погрешность табличного числа, выражающего плотность воздуха:

$$\Delta\rho_{\max} = |1{,}2928 - 1{,}2975| = 0{,}00005 \text{ кг/м}^3.$$

Приближенное число, заданное в табличной форме, можно записать и в интервальной форме. Например, используя данные табл. 1.1, плотность воздуха можно записать в таком виде:

$$\rho = (1{,}2928 \pm 0{,}00005) \text{ кг/м}^3.$$

В данном случае разряды, в которых стоят последние значащие цифры табличного числа и его абсолютной погрешности, не совпадают. В приведенном выше примере этот разряд десятитысячных табличного числа и разряд стотысячных в абсолютной погрешности.

Заносимые в таблицы числа часто содержат общий множитель вида $10^n$, где $n$ — целое положительное или отрицательное число. Для того чтобы многократно не повторять соответствующий множитель, удобно в таблицу записывать не саму величину, а уменьшенную (при $n > 0$) или увеличенную (при $n < 0$) в $10^n$ раз.

Например, данные табл. 1.1 могут быть записаны в виде, представленном в табл. 1.2.

Приведенные в табл. 1.2 значения плотностей газов имеют общий множитель $10^{-3}$.

*Таблица 1.2*

**Плотность некоторых газов при нормальных атмосферных условиях ($p_0$ = 760 мм рт. ст.; $T_0$ = 273,15 К)**

| Наименование вещества | Плотность, $\rho \cdot 10^{-3}$ кг/м$^3$ |
|---|---|
| Водород | 89,9 |
| Метан | 716,8 |
| Аммиак | 661,4 |
| Азот | 1250,5 |
| Воздух | 1292,8 |
| Кислород | 1429,0 |
| Углекислый газ | 1977,0 |
| Окись углерода | 1250,0 |

Следует заметить, что действительного значения абсолютной погрешности приводимых в таблице данных у нас нет. Нам только известно, что она не может превышать половины единицы последнего разряда табличного значения величины, т. е. мы знаем возможную абсолютную погрешность табличного значения. Поскольку действительное значение погрешности заданной табличным способом величины нам не известно, то мы принимаем максимально возможную погрешность округления, численно равную половине единицы последнего разряда сохраняемого числа.

# ГЛАВА 2
# ПРИБЛИЖЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

## 2.1. МЕТОДЫ ПРИБЛИЖЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

С приближенными числами можно производить те же математические операции, что и с точными. В результате математических операций над приближенными числами получаются также приближенные числа.

Существуют различные методы приближенных вычислений. Применение того или иного метода обусловлено требуемой точностью получаемого результата.

В инженерной практике применяются следующие методы приближенных вычислений:

- метод подсчета цифр;
- метод среднего арифметического;
- метод границ;
- метод границ погрешностей;
- графический метод.

Метод подсчета цифр является достаточно универсальным. Он применяется и при решении задач, и при прямых и косвенных измерениях (об этих видах измерений сказано в гл. 3).

Метод среднего арифметического следует использовать только при прямых измерениях.

Метод границ и погрешностей применяется только при косвенных измерениях.

## 2.2. МЕТОД ПОДСЧЕТА ЦИФР

При использовании метода подсчета цифр погрешность непосредственно не вычисляют. В полученном результате подсчитывают только количество верных значащих цифр. В итоге записывают все верные и одну сомнительную цифру.

Чем больше верных цифр в результате, тем он точнее. В повседневной практике в результате измерений физических величин содержится две-три значащие цифры. В научных исследованиях в результатах измерений стара-