Центральное растяжение-сжатие стержня

Задача 1.1 *Для заданного …… стержня построить……*
……

E =……
Центральное растяжение-сжатие стержня*……*
……
……
1.Определение ……∑…..=……,……
R……
……
2.Построение эпюры ……(используем метод……
……
……
……
……
……
……
……
……

3.Построение эпюры……

_____ F=……см **,** σ = —— = ——— =*……*
……
……
……

……
……

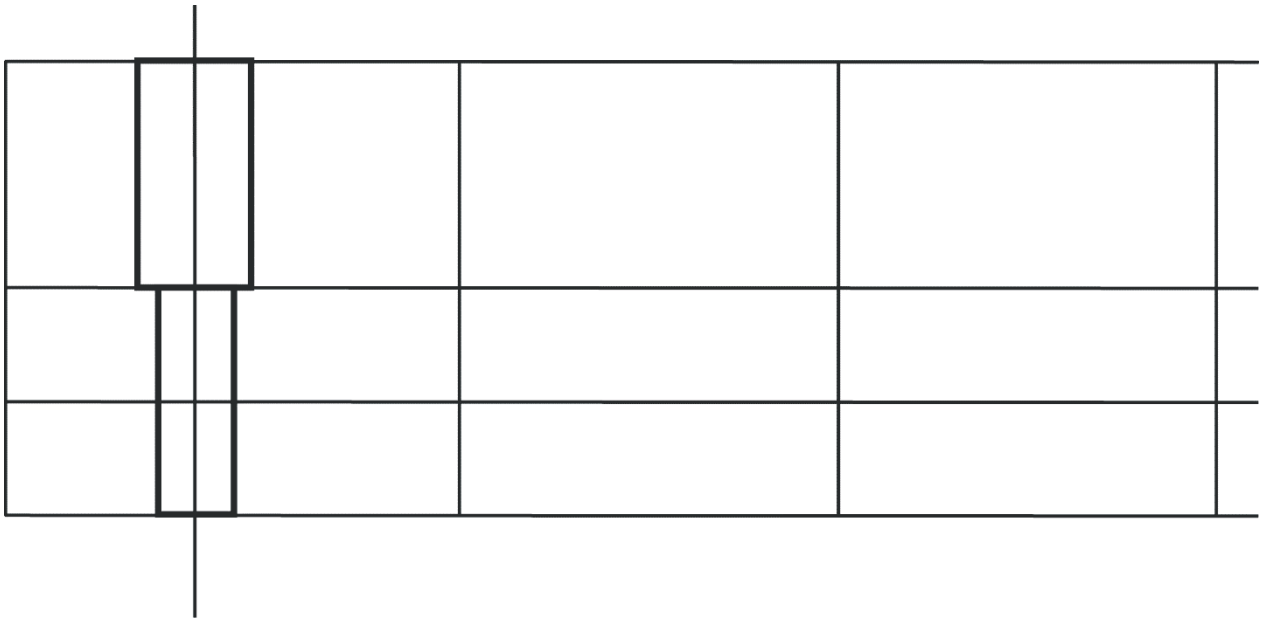
4.Построение эпюры……
Определение ……

Δ = ——— = ————— Δ = ——— = —————

Δ = ——— = ————— ……

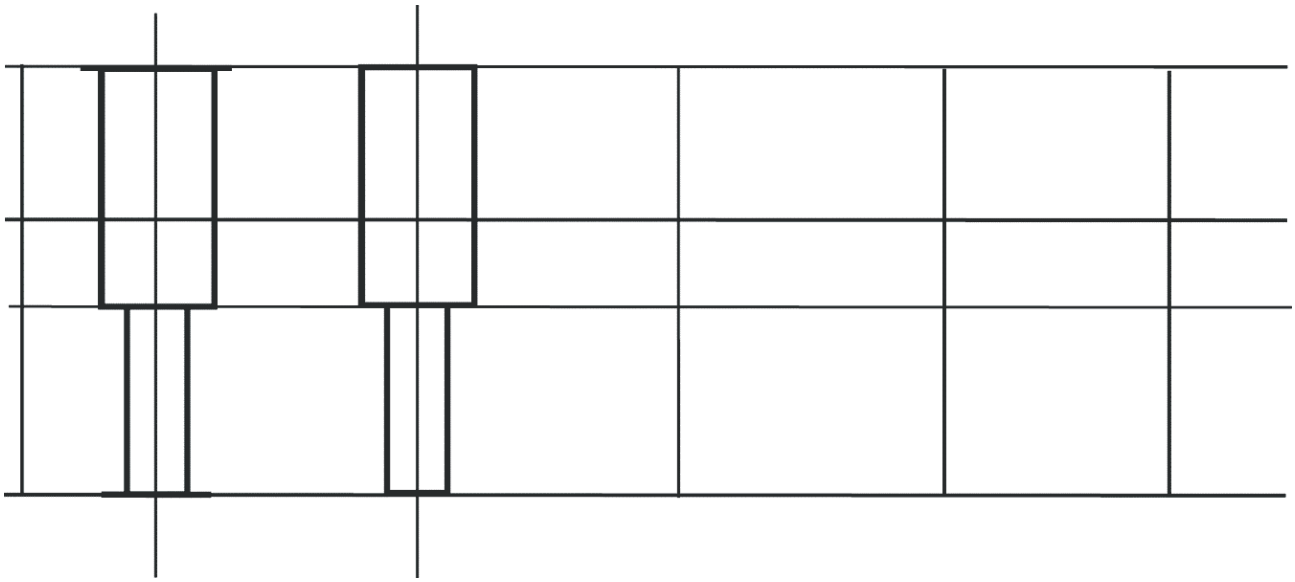
……
……
……
……
……
……
……
……
……

Задача 1.2. *Для заданного стержня построить*……
……



……
……
……
……
……
……

Задача 1.3 *Для ступенчатого статически…….*
построить эпюры…….
……. Определить величину ……. ……, принимая допускаемое напряжение на сжатие [σ] = …. МПа и на растяжение [σ] =……МПа.



Составляем уравнение…….....∑…….= ……,…….
…….
…….
…….
…….
…….
…….
…….
…….

$\Delta \ell$ = ————

————

R……,R……

Построение эпюры нормальных напряжений” “ : σ = ————*……*

σ = ———— *……..*

Построение эпюры …….” “ : ……

…….

u =……

u =……

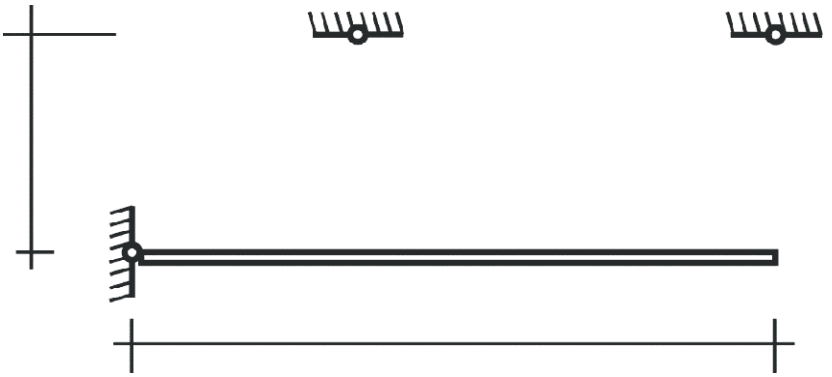
……
……

Определение величины……*F* =……*см*^{2}

σ = ……=. ——— ……

σ = ……= ——— ……

Задача 1.4 *Абсолютно жесткая балка AB , поддерживаемая двумя стальными стержнями, нагружена сосредоточенной силой P=……кн. Задано соотношение между площадями стержней —— =……Определить*……
……
……
……



γ =……
……
γ =……
……
R = *210МПа*
……
σ_T = ……
……

Определение геометрических размеров стержневой системы необходимых для расчета.

ℓ =……

cos = ——— ……, *r* = ……
……

Определение расчетной……
P……=……
……

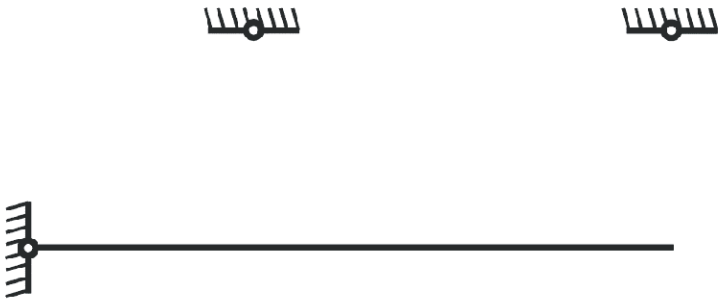
…….. ……

$\sum M$ =……,……

……(….)……

Определение соотношения между ……

Рассмотрим……



$\Delta\ell$ =……

$\Delta\ell$ =……

——— = ———

——— = ……(….)

Закон Гука $\Delta\ell$ = ——— , $\Delta\ell$ = ——— ( )

Подставим соотношения ( ) в ( ) ——— = ——————— =……., ——————=……

……

Из решения системы уравнений ( ) и ( ) находим усилия в стержнях……

……***N*** =……

……***N*** =……

Подбор сечения в виде ……

σ = ——— ……

……

F ——— , F = ——— = ——————— = ……

F = ——— = ——————— = ……

Требуется сохранить……

——— = ——— =……, *принимаем* F = …….. , F =…….. .

1 стержень F = ——— =……

по сортаменту принимаем 2 ……,

F = 2 ……

2 стержень F = ——— =…….$см^2$, *по сортаменту принимаем 2*……,

$F = 2$……

Проверка прочности подобранного сечения……

σ = ——— = ——————— = ……=……МПа……$R\gamma$ =……

σ = ——— = ——————— = ……= ……МПа……$R\gamma$.=……

Определение ……

……= ——— = ——————— = ……,……

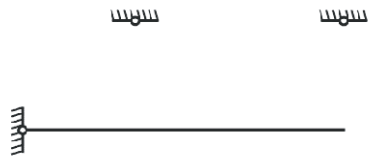
……= ——— = ——————— = ……

Определение……
……

N = ……=……

N =…… =……

Запишем уравнение……
……
……



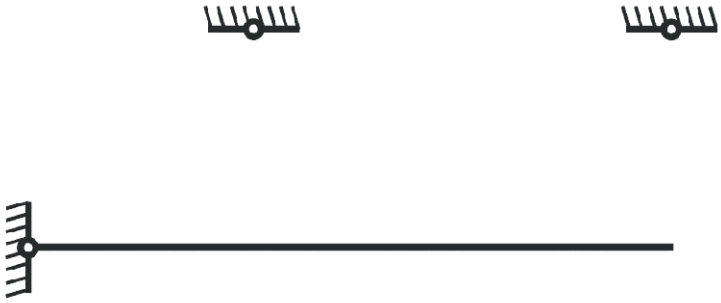
P = ———————————……

Вычислим коэффициент…… k = ——— = ——— =……

……
……

Монтажные усилия в стержневой системе.

Задача 1.5 *Для заданной стержневой системы определить усилия в стержнях, если* ……
……
……



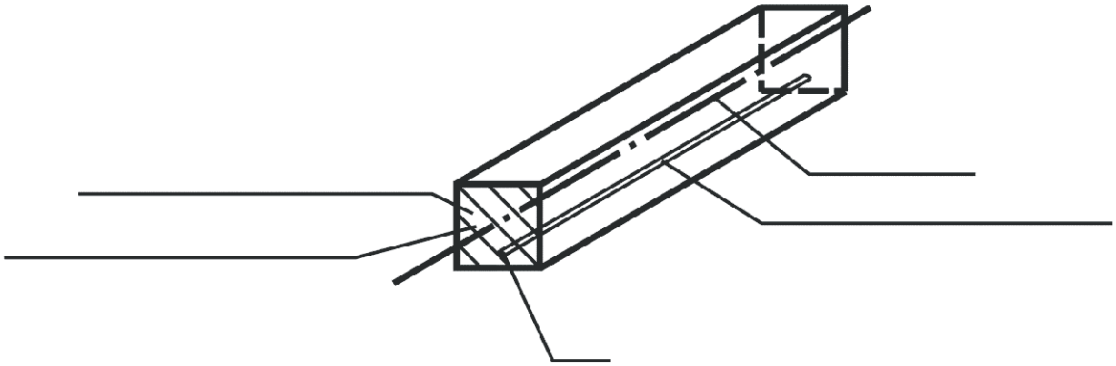
……
……

Задача 1.6

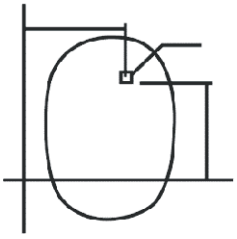
.....

Геометрические характеристики поперечных сечений стержней

1. Площадь сечения $A = \iint$.....

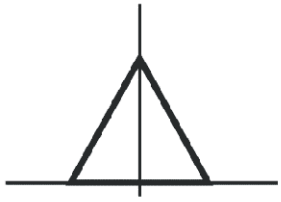


2. Статические моменты.



$S = \iint \ldots\ldots d \ldots\ldots$

$S = \iint \ldots\ldots d \ldots\ldots$



Величина ***S*** *: ……,……, =….*

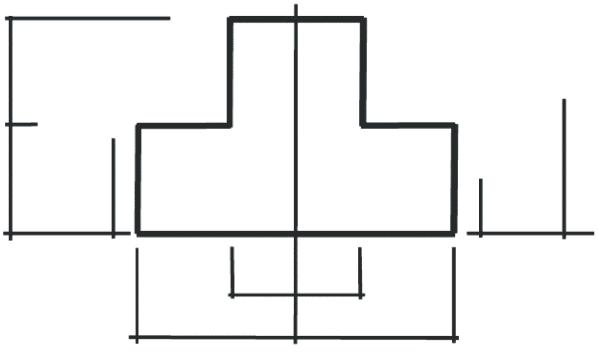
Центральными осями называются оси*, проходящие через центр тяжести сечения.*
$\sum S$ = **……..,**$\sum S$ *…= ……..- статические моменты относительно центральных осей равны нулю. Это соотношение используется для проверки правильности определения координат центра тяжести сечения.*

Формулы для определения координат центра тяжести сечения

$x = \frac{\quad}{\quad}$, $y = \frac{\quad}{\quad}$

Где $\sum S$,$\sum S$ *- статические моменты сечения относительно произвольно выбранных осей. Сечение разделяется на простые элементы, обозначаются центры тяжести этих элементов. Произвольные оси проводятся так, чтобы расстояния от центров тяжести элементов сечения до выбранных осей было известно.*

Задача 2.1 Определить центр тяжести сечения.



x - ……..
A =……,..***A*** =……
A =……
y = …… .***y*** ……..
$\sum S$ =……..
……

y = ——— = ——— = ……..

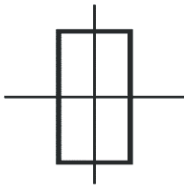
Проверка: $\sum S$ =……,……
y = ……,***y*** =……..
$\sum S$ = ……
……

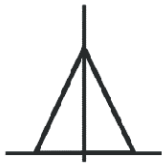
3. Моменты инерции сечения.

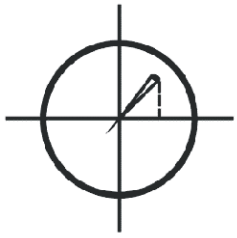
$J = \iint \ldots\ldots d \ldots\ldots$ *Осевые моменты инерции сечения, величины только положительные.*

$J = \iint \ldots\ldots d \ldots\ldots$ - *момент инерции относительно оси* ***y***

$J = \iint \ldots\ldots\ldots d \ldots\ldots$ *центробежный момент инерции сечения относительно осей* ***x*** , ***y***







$J_x \ldots J_y$ $J \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $r^2 = \ldots\ldots\ldots$

$J_{xy} \ldots\ldots$ $J_p = \iint \ldots d = \iint (\ldots\ldots\ldots) d \ldots =$

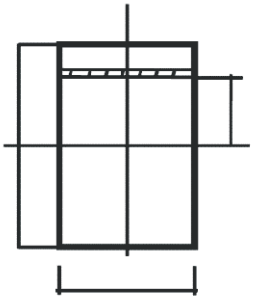
$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Моменты инерции сечения простейших фигур

Прямоугольник.

$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

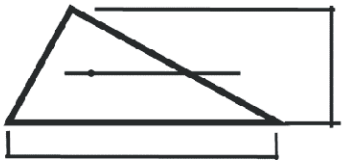
$dF = \ldots\ldots\ldots\ldots$



$J = \iint \ldots . d \ldots = \int \ldots . d \ldots . = b \cdot \text{—} \mid = \text{—} [(\text{—}) - (\text{–} \text{—})] =$

$J = \text{——}$, $J = \text{——}$

Треугольник.

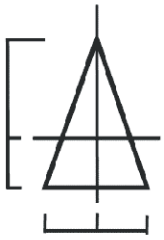


$J = \text{——}$ - *момент инерции*

$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Равнобедренный треугольник

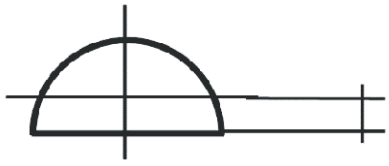


$J = \text{——}$, $J = \text{——}$

Круг.

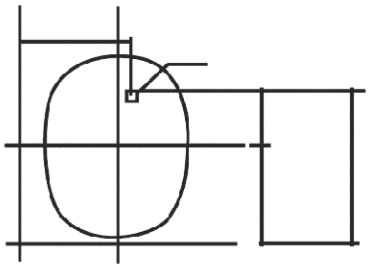
$J = J = \text{———}$,

Полукруг.



$J = \ldots\ldots\ldots$, $J = \text{———}$

Зависимости между моментами инерции сечения относительно параллельных осей



Дано : ***x*** *,* ***y*** *– центральные оси,*
J ***,J*** ***, J*** ***-*** *моменты инерции сечения относительно центральных осей,*
a *,* ***b*** *- расстояния между параллельными осями*

J ***, J*** ***, J*** ***- ?***

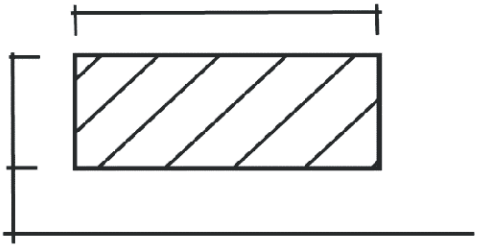
y = …….. - ……
…….

$$J = \iint y\, d.. = \iint (\ldots + ..)\, d.. = \ldots \iint \ldots\, d\ldots + a^2 \iint .d\ldots + 2a \iint \ldots\, dF$$

$$J = J + \ldots a^2$$
$$J = J + \ldots b^2$$
$$J = J + \ldots a\, b$$

S = ……..
……..
……

Задача 2.2

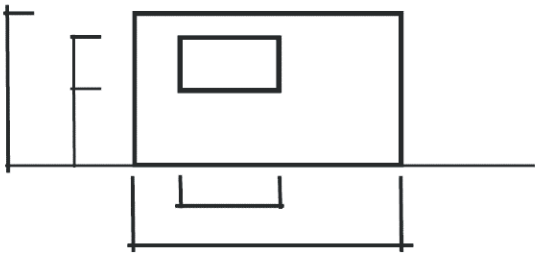


Записать выражения для моментов инерции сечения относительно осей ***u*** *и* ***v,*** *считая, что значения* ***b*** *,* ***h*** *,* ***d*** *заданы.*

J = ……
…….

J = ……..
……

Задача 2.3

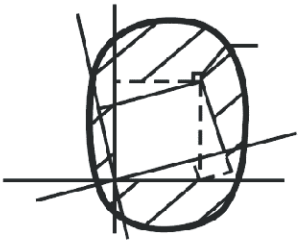


Записать выражение момента инерции сечения относительно оси ***u.***

…….

…….

Моменты инерции сечения при повороте осей

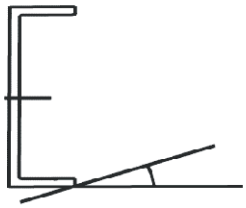


$$J = \iint \ldots d\ldots, \quad J = \iint \ldots d\ldots, \quad J = \iint \ldots\ldots d\ldots$$

$$J = J \cos^2\alpha + J \sin^2\alpha - J \sin 2\alpha$$
$$J = J \sin^2\alpha + J \cos^2\alpha + J \sin 2\alpha$$
$$J = \text{———} \sin 2\alpha + J \cos 2\alpha$$

$$J + J = J + J \quad - \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Задача 2.4 *Определить момент инерции относительно оси* ***u.***



J =…….

J = 1520 см^4., J =……=3860 см^4

J = 113 см^4 , J =……= 828.6 см^4

J = ……., J =…….. = 1294.02. см^4

… = 23.4 см^2., z = 2.07 см , b = 7.6 см, a = ……

Главные оси и главные моменты инерции сечения

Главными осями называются оси ,……..
……
……
……

—— = ……., $-2J\sin\alpha\cos\alpha + 2J\cos\alpha\sin\alpha - 2J\cos 2\alpha = 0$,

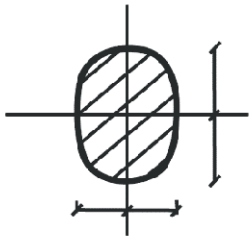
$-2\left(\text{————}\sin 2\alpha + J\cos 2\alpha\right) = 0$, $tg2\alpha = -$ ———— ……
……

Главные моменты инерции : J = ———— ± √ ———— + ……,

Положение главных осей : $tg\alpha$ = ———— , $tg\alpha$ = ———— .

……
……

4. Моменты сопротивления сечения - ……
……



W = —— , W = —— ,

W = —— , W = —— .

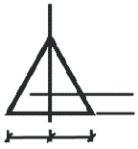
5. Радиусы инерции сечения. i = √—— , i = √—— .

Главные радиусы инерции сечения i = √—— , i = √—— .

Свойства моментов инерции сечения

Знак центробежного момента инерции сечения меняется на противоположный, если две взаимно перпендикулярные оси повернуть на 90˚

Пару главных осей представляют ось симметрии и лябая ось ей перпендикулярная .



J = …….

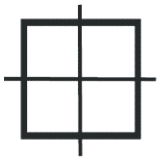
J = …….

Для точки лежащей на главной центральной оси пару главных осей составляют главная центральная ось и любая ось ей перпендикулярная.

J = …….

J = …….

Если относительно двух взаимно перпендикулярных главных осей осевые моменты инерции одинаковы , то все оси проходящие через эту точку главные и моменты инерции относительно них равны между собой.

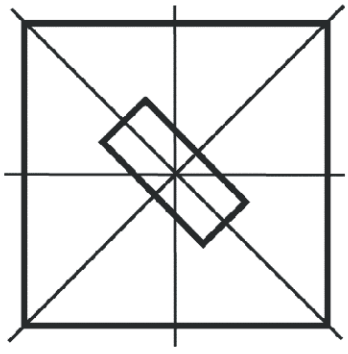


J = ***J*** = —— ***J*** =.. …….

J = ***J***……. …….

Если в некоторой точке сечения имеется более одной пары несовпадающих главных осей, тогда все оси проходящие через эту точку являются главными.

Задача 2.5 *Для заданного симметричного сечения определить*…….



…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

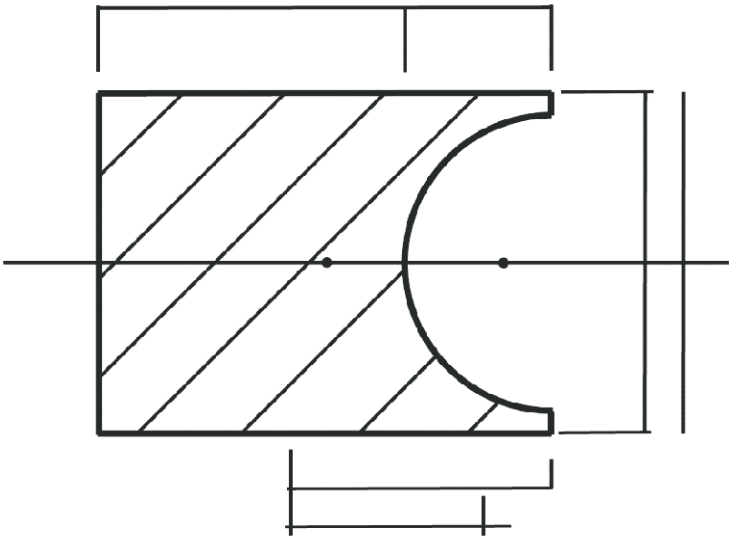
…….

Задача 2.6 *Для сечения* ***симметричного относительно горизонтальной оси*** *определить*

1) моменты инерции относительно центральных главных осей;

2) моменты сопротивления сечения верхних и нижних волокон;

3) главные радиусы инерции сечения



… ……..

…….……

……

……..= ——— ,

… =……..

… = ……..

A = … … =……..

Проводим …….

…….

x *=……..,* ***x*** *=……..*

$\sum S$ *=……=……..=.−1689,32 см³,* ***x*** *= ——— =− 2.47см*

Проверка: $\sum S$ *= ……., … x_1 =……, x_2 =……,……*

$\sum S$ *=……= 840 ·……− 157 ·……..= 2074.8 −2077.11 =*

Δ *= ———*

x *, y -……*

……

Определение моментов инерции сечения относительно……

……..

J_{x_1} *= —— = ——— = 54800 см⁴,* J_{x_2} *= —— = ——— = 3925 см⁴,*

J_{y_1} *= —— = ——— = 63000 см⁴ ,* J_{y_2} *= —— = ——— = 1100 см⁴ .*

Определение моментов инерции относительно центральных главных осей всего сечения

J_x *=……..= ……..= ……..=50955 см⁴,*

J_y *= ……..= (J_{y_1} + ……)…….(J_{y_2} +……) =*

$= ($…… =…

$= 68124.76 - 28580.17 = 39544.59$ $см^4$, J_1.=....., J_2 =……..

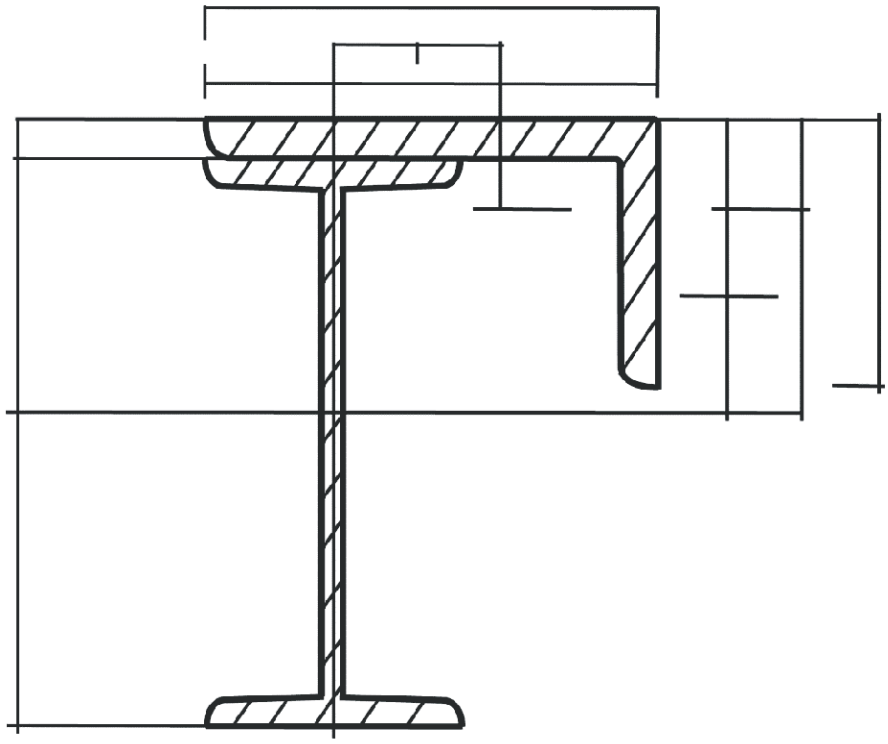
Моменты сопротивления ……

$W_x = W_x =$ ——— = ——— $= 3639.64$ $см^3$.

Главные радиусы инерции сечения равны $i_1 = \sqrt{\frac{}{}} =$ ——— $= 8.63$ *см,*

$i_2 = \sqrt{\frac{}{}} =$ ——— $= 7.61$ *см.*

Задача 2.7 Расчет несимметричного сечения. *Определить центр тяжести сечения , значения моментов инерции относительно центральных осей , значения и положения главных моментов инерции .*



Определение геометрических характеристик ……

| № 24 $A_1 = 34.8$ $см^2$, J_{x_1} = ……, $J_{x_1y_1}$ = ……

J_{y_1} = ……, ……

∟ $200\times125\times12$, $A_2 = 37.9$ $см^2$, J_{x_2} = …… $см^4$, $J_{u_{\min}}$ = …… $см^4$ ……

J_{y_2} = …… $см^4$, $tg\alpha$ = ……, α =……

$J_{x_2} + J_{y_2}$ = ……

J_v = ……

$J_{x_2 y_2}$ = ———— ……+ ……= ———— $sin(……)$ = ……

Определение общей площади сечения ……A = …..+…… = ……
Координаты центра тяжести сечения вычисляются по формулам

……

x_c = ——— , y_c = ——— . ……

……

Выберем положение произвольных осей……и найдем расстояния между……
x_1 =…… *см* , y_1 = …… *см* ,……
x_2 = …… *см* , y_2 = …… *см* ……
Вычислим статические моменты сечения относительно……
$\sum S_x$ = ***S*** ……***S*** = A_1 ….. + A_2……= …… = *393.02 см*^{3},

y_c = ———— = *5.41 см* , ...

$\sum S_y$ = ***S***.....***S*** = A_1 .....+ A_2……=……= *292.21 см*^{3},

x_c = ———— = *4.02 см* , ……
Проверка:……$\sum S_{x_c}$ = ……,$\sum S_{y_c}$ = …., *отметим на чертеже расстояния*……..
……
$\overline{x_1}$ = ……..*см* , $\overline{y_1}$ = ……*см* ,……
$\overline{x_2}$ =……..*см* , $\overline{y_2}$ = ……*см* ,……**…**
$\sum S_{x_c}$ =A_1…….+ A_2……= *34.8(* ……..) + *37.9* ……= *−188.27 +187.98* = ..
$\sum S_{y_c}$ = A_1…….+ A_2……= *34.8(*……) + *37 9*……= *−139.90 + 139.85* =…

Определение моментов инерции сечения……
J_x = J_x + J_x ***момент инерции сечения относительно центральной горизонтальной***
J_x^1 = J_{x_1} + ……= ……+……= *4478.53 см*^{4},
J_x^2 = J_{x_2} +……=……+……= *1414.40 см*^{4} ,
J_x = *5892.93 см*^{4}.
J_y =. J + J ***момент инерции сечения относительно центральной вертикальной***
J_y^1 = J_{y_1} + ……=……+……= *760.38 см*^{4},
J_y^2 = J_{y_2} +……=……+……=. *2084.05 см*^{4},
J_y .= *2844.43 см*^{4}.
J_{xy} = J + J ***центробежный момент инерции сечения относительно центральных***
J_{xy}^1 = $J_{x_1 y_1}$ +……=……+…… = *756.84 см*^{4},
J_{xy}^2 = $J_{x_2 y_2}$ +……=……+……= *190.86 см*^{4},
J_{xy} = *947.70 см*^{4}.

Для проверки определим сумму осевых моментов инерции……
J_x + J_y = *5892.93 + 2844.43* = ……