
ПРЕДИСЛОВИЕ

*Светлой памяти
Бориса Васильевича Филиппова —
выдающегося ученого,
любимого мужа и отца посвящается*

Предлагаемая вниманию читателей книга является продолжением нашей книги "Модели морских газопроводов", изданной в 2005 году. Настоящая книга написана на основе последующих исследований авторов, результаты которых были использованы, в том числе, при выполнении договорных работ по расчету параметров реальных морских трубопроводов. Частично в книгу вошел материал курсов лекций, которые авторы читают бакалаврам и магистрантам факультета прикладной математики — процессов управления СПбГУ.

В книге даны решения многих практических задач, возникающих при расчете транспортировки газа по трубам в северных морях, включая задачи нарастания (оттаивания) льда на поверхности трубопроводов, а также задачи роста льда в прибрежной зоне арктических морей.

При изложении материала акцент сделан не столько на строгом математическом обосновании используемых методов решения, сколько на обсуждении специфики рассматриваемых задач, на вариантах их постановок и методах решения.

Наряду с известными в книге приведены новые численные методы, предложенные авторами, и продемонстрирована их эффективность при решении рассматриваемых задач.

Для облегчения текста некоторые выкладки и стандартные детали вычислительных алгоритмов даны схематично.

Мы стремились дать читателю понимание тех проблем, которые встают при моделировании течения смеси газов при сверхвысоких давлениях и при моделировании динамики оледенения поверхностей в соленых северных морях, и предложить варианты решения этих проблем.

Предложенные методики и алгоритмы были использованы и могут использоваться в дальнейшем при расчетах транспортировки сырья по реальным трубопроводам и, что существенно, без обращения к импортным программным комплексам.

Книга призвана помочь читателям не только ориентироваться в многочисленных публикациях и в непрерывно обновляющихся коммерческих пакетах, но и помочь в самостоятельном создании математических моделей исследуемых процессов и в разработке эффективных алгоритмов решения реальных задач.

По прочтению книги разработчики виртуальных копий реальных объектов нефтегазовой отрасли, так называемых цифровых двойников, смогут воспользоваться отечественными моделями и алгоритмами для решения крайне сложных и необходимых задач.

Все методики и алгоритмы расчета описаны в книге достаточно подробно и в доступной форме.

Некоторые технические детали изложения.

Текст книги разбит на главы, каждая глава состоит из частей. При ссылке на формулы из другой части в пределах одной главы указываются номер части и номер формулы, при ссылке на формулы из другой главы указываются номер главы, номер части и номер формулы, аналогично даются ссылки на рисунки и таблицы. Например, ссылка (1.3.15) указывает на формулу (15) части 3 главы 1. Для ясности изложения мы стремились свести к минимуму всевозможные ссылки.

Постановки задач и результаты расчетов приведены преимущественно в размерном виде (в вычислениях использовалась безразмерная форма).

В основном тексте опущены библиографические ссылки. Вместо них в конце каждой главы после списка литературы приведен библиографический комментарий, в нем также указаны источники, из которых можно получить дополнительную информацию по рассмотренным вопросам. В конце книги приведен предметный указатель, список обозначений и размерностей основных величин.

Авторы надеются, что книга будет интересна и полезна преподавателям университетов, аспирантам и магистрантам, занимающимся вопросами математического моделирования и прикладными компьютерными технологиями, а также научным работникам и инженерам нефтегазовой промышленности.

Наш приятный долг поблагодарить доцента СПбГУ В. А. Клемешева, оказавшего неоценимую помощь при подготовке книги к печати.

Авторы выражают благодарность академику РАН Н. Ф. Морозову, профессору кафедры гидроаэромеханики СПбГУ С. К. Матвееву, заведующему кафедры моделирования электро-механических и компьютерных систем СПбГУ профессору Н. В. Егорову, начальнику лаборатории "Морской ледотехники" ФГУП "Крыловский государственный научный центр", профессору кафедры РГГУ Государственного морского технического университета К. Е. Сазонову за поддержку и постоянное внимание к нашей работе.

Авторы

ВВЕДЕНИЕ

Газовая промышленность России является важнейшей составляющей как российской экономики, так и мировой системы энергообеспечения.

Россия занимает первое место в мире по добыче и запасам газа, половина из которых находится на шельфе Северного Ледовитого океана.

Освоение месторождений арктического шельфа на сегодняшний день является ключевым направлением в развитии топливно-энергетического комплекса России. Ближайшие перспективы добычи газа в первую очередь связаны с Баренцево-Карским регионом.

На шельфе Баренцева моря известно 3 крупных газовых месторождения: Мурманское, Лудловское, Северо-Кильдинское, и 3 крупных газоконденсатных месторождения: Штокмановское, Поморское, Ледовое.

В акватории Карского моря открыты не менее колоссальные по объему газоконденсатные месторождения — Ленинградское и Русановское.

“Газпром” планирует превратить полуостров Ямал в один из основных центров добычи газа.

Масштабное строительство подводных газопроводов началось в конце 1990-х годов и продолжается по сей день.

Газопровод “Лангелед”, соединяющий норвежское газовое месторождение Ормен Ланге с британским терминалом Исингтоном, был самым длинным подводным трубопроводом в мире вплоть до завершения строительства “Северного потока – 1”. Строительство “Лангеледа” началось в 2004 году, а открытие прошло в 2007 году в Лондоне. Протяженность “Лангеледа” составляет 1200 км.

Мегатрубопроводом XXI века по праву считается газопровод “Северный поток – 1”, проложенный по дну Балтийского моря. Его протяженность 1224 км, он проходит от бухты Портовая в Ленинградской области до Грайфсвальда в Германии. Это самый протяженный в мире подводный газопровод. В 2017 году поставки газа по “Северному потоку – 1” составили 51 млрд кубометров в год. Близится к завершению строительство “Северного потока – 2”.

С развитием технологий морские газопроводы все чаще оказываются предпочтительнее наземных. Это происходит по многим причинам. Например, если маршрут через море намного короче, чем по суше, или если транзит газа по морскому газопроводу дешевле, чем по суше через территории других государств.

На арктическом шельфе есть и другие преимущества морских трубопроводов. Например, по данным независимых экспертов стоимость строительства 1 км подводного трубопровода на мелководье Байдарацкой губы в Карском море сопоставима или ниже, чем наземного трубопровода по Ямалу. Дело в том, что наземные трубопроводы в этом районе находятся в экстремальных температурных условиях: зимой до -55°C ,

летом до $+30^{\circ}\text{C}$, это требует дополнительных затрат на стабилизацию температурного режима транспортируемого газа. Еще сложнее обстоит дело с обслуживанием наземного трубопровода.

Из-за подтаивания верхнего слоя мерзлоты на Ямале передвижение тяжелой техники летом практически невозможно. Поэтому, как отмечают специалисты, подводный трубопровод на мелководье обладает большей ремонтпригодностью.

По этим причинам в последнее время наметилась тенденция увеличения протяженности подводной части трубопроводов на новые прибрежные и шельфовые месторождения за счет сокращения сухопутных участков.

Для анализа проектных решений по созданию новых морских трубопроводов, для прогнозирования их работы, для обеспечения ее безопасности и надежности необходимо проведение комплекса научно-исследовательских работ.

В этот комплекс входит непростая задача создания адекватной математической модели подводного трубопровода. Модель должна позволить в режиме реального времени получать информацию о процессе транспортировки газа и о работе оборудования. Знание зависимостей всех характеристик потока от изменяющихся вдоль трассы реальных условий позволяет оперативно выбирать оптимальные режимы функционирования трубопровода.

Настоящая книга посвящена созданию математических моделей подводных трубопроводов в северных морях. Книга состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и библиографических комментариев.

В главе 1 приведен обзор известных математических моделей и программных комплексов, предназначенных для расчета разных вариантов транспортировки природного газа по трубам.

Приведена структура сравнительно общей модели нестационарного неизотермического турбулентного течения смеси газов по морским трубопроводам при высоких давлениях. Модель включает учет возможного оледенения внешней поверхности трубопровода в северных морях.

Подробно рассмотрены вопросы, возникающие при выборе уравнения состояния многокомпонентной газовой смеси при высоких давлениях, приведен расчет критических параметров смеси газов. Даны оценки влияния выбора того или иного уравнения состояния на значения рассчитываемых характеристик потока.

Исследованы разные подходы к моделированию термодинамических процессов. Приведен подробный алгоритм расчета зависимостей термодинамических характеристик (таких как внутренняя энергия, энтальпия, коэффициенты теплоемкости, коэффициент Джоуля–Томсона, адиабатическая скорость звука и др.) от температуры и плотности потока смеси газов при высоких давлениях. Доказана недопустимость ряда упрощений модели, которые иногда используются в работах по расчету транспортировки газа.

Представлены нестационарная модель процессов теплообмена с внешней средой (при отсутствии оледенения) и алгоритм численного решения уравнений модели. Сформулированы условия возникновения оледенения поверхности трубопровода в северных морях.

Даны качественные оценки величин суммарного коэффициента теплопередачи и коэффициента внешнего теплообмена, приведены примеры их расчета.

Рассмотрен вопрос о допустимости использования квазистационарной модели теплообмена в нестационарной модели транспортировки газа по трубопроводам.

Исследованы подходы к расчету зависимости коэффициента гидравлического сопротивления от числа Рейнольдса и от коэффициента шероховатости внутренней стенки трубопровода. Представлен расчет коэффициента динамической вязкости смеси газов при высоких давлениях в широком диапазоне изменений температуры.

Рассмотрен установившийся вариант общей модели транспортировки газа по трубам. Даны подробный алгоритм решения системы уравнений этой модели и примеры расчетов различных тестовых задач. Исследовано влияние непостоянства коэффициента гидравлического сопротивления и суммарного коэффициента теплопередачи на рассчитываемые величины давления и температуры потока смеси газов. Продемонстрирована роль теплообмена потока газа с окружающей средой в поведении плотности потока.

Завершает первую главу решение задачи идентификации по экспериментальным данным трудноопределимых параметров модели. Изложена суть предложенного метода идентификации коэффициента гидравлического сопротивления и суммарного коэффициента теплопередачи, даны необходимые оценки допустимости использования этого метода. Приведен подробный алгоритм расчета величин коэффициента гидравлического сопротивления и суммарного коэффициента теплопередачи для *реально-*го трубопровода по замерам температуры и давления в потоке газа на выходе. Даны примеры решения тестовых задач идентификации трудноопределимых параметров модели.

Глава 2 посвящена моделированию процессов оледенения и оттаивания внешней поверхности морских трубопроводов в соленых северных морях. Рассмотрены особенности процесса кристаллизации в соленой воде, предложена методика выбора средних теплофизических характеристик нарастающего морского льда. Предложена модификация уравнения Стефана, позволяющая учесть особенности оледенения в соленой воде.

Представлены наиболее известные алгоритмы численного решения однофазных и двухфазных задач Стефана. Продемонстрированы их преимущества и недостатки для расчета толщины нарастающего слоя льда.

Предложены новые численные методы решения однофазных и двухфазных задач Стефана и показана их эффективность для расчета оледенения поверхностей в морской воде.

Приведены примеры решения различных нестационарных и квазистационарных задач оледенения и оттаивания многослойной стенки морского трубопровода при известной температуре потока газа. Получены оценки допустимости квазистационарного приближения при расчетах оледенения и оттаивания внешней поверхности морских трубопроводов.

Подробно изложен итерационный метод расчета установившихся течений газа при наличии оледенения трубопровода. Приведены примеры расчета, подтверждающие эффективность предложенного метода.

Завершает вторую главу математическая модель роста морского льда на мелководье. Эта задача важна для гидрологических и метеорологических исследований припайных льдов на арктическом побережье. Модель позволяет учесть нестационарность тепловых процессов, зависимость динамики оледенения от изменяющейся солёности морской воды, теплообмен приледного слоя воды со льдом, тепловые процессы на границах лед–снег и снег–атмосфера.

Приведен алгоритм предложенного численного решения уравнений модели и результаты расчетов тестовых задач. Даны оценки допустимости квазистационарного приближения в расчете роста льда на мелководье, оценки влияния глубины мелководья на динамику нарастания льда, оценки максимальной толщины слоя льда в зависимости от параметров задачи.

Глава 3 посвящена решению общей задачи нестационарного неизотермического турбулентного течения смеси газов при высоких давлениях по морским трубопроводам при возможном их оледенении в северных морях.

Дан обзор численных методов решения нестационарных задач газовой динамики. Обоснован выбор модифицированной явной двухшаговой схемы Лакса–Вендроффа, обладающей для рассматриваемого круга задач преимуществом по сравнению с другими методами как по скорости счета, так и по простоте реализации.

Приведена постановка граничных и начальных условий для ряда нестационарных задач транспортировки газа.

Подробно изложен алгоритм численного решения по модифицированной схеме Лакса–Вендроффа задач нестационарного неизотермического течения смеси газов по трубопроводам при сверхвысоких давлениях как при наличии оледенения (оттаивания) наружной поверхности трубопровода, так и при отсутствии оледенения.

Продемонстрировано влияние учета нестационарности процессов теплообмена на рассчитываемые характеристики потока. Представлены результаты расчетов нестационарных задач транспортировки газа, в которых заметную роль играет оледенение трубопровода. Даны оценки влияния рельефа трассы прокладки трубопровода на характеристики течения.

В Заключении перечислены основные результаты представленного исследования и дано описание пакета программ **ТранШельф**, позволяющего рассчитать все характеристики потока газа в установившихся и в неуставившихся режимах транспортировки по морским газопроводам в северных морях с учетом оледенения.

ГЛАВА 1

Модели неустановившихся турбулентных течений газа по трубам при сверхвысоких давлениях

ЧАСТЬ 1

Обзор моделей и программных комплексов по расчету течений газа в трубах. Общая математическая модель нестационарного неизотермического турбулентного течения газа по трубам

Технико-экономическое обоснование проектируемых морских трубопроводов, обеспечение безопасности эксплуатации, исследование влияния морского трубопровода на экологическую ситуацию в акватории и разработка компьютерных тренажеров требуют создания адекватных математических моделей транспортировки газа по морским трубопроводам.

Решению задач о течении газа по трубам посвящено огромное количество работ. Начало исследований положено в классических работах К.П. Станюковича, И.А. Чарного, Л.С. Лейбензона, Р.И. Нигматулина, И.П. Гинзбурга, Л.Г. Лойцянского, Л.И. Седова, С.К. Годунова, О.Ф. Васильева, А.Ф. Воеводина, Л. Прандтля, Т. Кармана, И. Никурадзе, А. Дж. Рейнольдса, А. Шиллера, Г. Шлихтинга и многих других отечественных и зарубежных ученых.

На сегодняшний день многие варианты транспортировки газа по трубам можно рассчитать по известным программным комплексам (ПК).

ПК OLGA считается отраслевым стандартом моделирования динамики потока. ПК Olga2000 был разработан норвежской исследовательской компанией SPT Group (SPT). Главный модуль OLGA Core позволяет решить многие задачи, связанные с эксплуатацией трубопроводов в стационарном и переходном режимах.

ПК OLGA постоянно обновляется и совершенствуется, он базируется на обширной базе данных от ведущих добывающих компаний мира. Ведущие подразделения ГАЗПРОМА, такие как ГИПРОСПЕЦГАЗ, ВНИИГАЗ, Сургутнефтегаз, Роснефть, Газпром добыча шельф и многие другие используют ПК OLGA.

ПК PIPESIM позволяет выполнить расчет установившихся режимов течения, он дополнен конвертером PIPESIM-OLGA, позволяющим преобразовать модель в необходимый для ПК OLGA формат и рассчитать неустановившиеся режимы течений.

Среди других популярных зарубежных коммерческих пакетов отметим также Fluent (США), Star-CD (Великобритания), ANSYS FLUENT (США).

Из отечественных программных комплексов рассчитать течение газа по трубам позволяют пакеты SINF (Россия, Санкт-Петербургский государственный политехнический университет), GasDynamicsTool (Россия, Тульский научный центр GDT Software Group) и ряд других.

Достижения в создании универсальных программных комплексов во многом основаны на успехах математического моделирования и на развитии эффективных числен-

ных методов, а также на прогрессе в разработке вычислительных систем с параллельной обработкой данных. Гибкость пакетов обеспечивается их открытой архитектурой, которая позволяет подключать дополнительные процедуры.

Программные комплексы представляют собой сложные системы, имеющие многоступенчатые структуры, включающие формализацию задачи, расчетный модуль и графический интерпретатор результатов вычислений.

Широкое распространение коммерческих пакетов создает иллюзию того, что с их помощью можно решить любые практические задачи. В действительности это не совсем так, поскольку каталоги математических моделей и вычислительных алгоритмов, используемые в этих пакетах, далеки от совершенства. Применимость той или иной математической модели в конкретном случае для сложных многофакторных задач является предметом самостоятельного исследования. Нетривиальным моментом является и выбор численного метода решения уравнений модели.

Наиболее распространенные численные методы — метод конечных разностей, метод конечных объемов, метод конечных элементов и спектральный метод — обладают своими преимуществами и недостатками. Так, например, метод конечных элементов опирается на вариационную задачу о минимуме ошибки аппроксимации искомого решения базисными функциями, он эффективен при решении задач механики деформируемого твердого тела, но для решения задач газовой динамики и теплообмена его эффективность не очевидна.

Поэтому даже наличие таких программных комплексов, как OLGA, не позволяет говорить о завершении задачи моделирования транспортировки газа в общем случае. При решении инженерных задач ПК OLGA необходимо адаптировать к конкретным условиям. Например, как отмечают специалисты "ГИПРОСПЕЦГАЗ", при использовании ПК OLGA для подготовки Штокмановского проекта пришлось от версии 5.3 дойти до версии 7.1.

В нормативных документах Газпрома подчеркивается, что для каждой конкретной задачи проектирования и расчета газопровода требуется доработка как коммерческих пакетов, так и лицензионных программ с учетом специфики задачи.

В последние годы использование лицензионных программ осложнилось из-за введения санкций в отношении России.

О незавершенности задачи моделирования сложных процессов транспортировки газа по современным трубопроводам говорит и непрекращающийся поток публикаций. Предлагаемые в работах модели основаны на тех или иных упрощающих допущениях, таких как: одномерность процессов, их стационарность, изотермичность, несжимаемость потока, возможность пренебрежения силами инерции и т. п.

Дополнительные сложности возникают при моделировании морских трубопроводов в северных морях. Эта задача, как отмечалось во введении, на сегодняшний день весьма актуальна, поскольку одним из основных вариантов доставки до берега добываемого на морском шельфе природного газа является его транспортировка по морским трубопроводам. Этот вариант доставки оказывается в большинстве случаев

экономически выгоднее транспортировки газа по наземным трубопроводам и выгоднее, чем доставка сжиженного природного газа (СПГ) танкерами.

Вариант доставки СПГ танкерами требует предварительного сжижения газа на СПГ-заводе, затем загрузки на танкер-газовоз и по прибытию в порт назначения разгрузки доставленного СПГ в регазификационном СПГ-терминале.

В недавно вышедшей книге Павловского и Реуцкого подробно рассмотрены вопросы производства, хранения и транспортировки СПГ. Там, в частности, отмечается высокая опасность СПГ-производств и необходимость поддержания при транспортировке танкерами низких температур, порядка 111 (К). Все это приводит к большей стоимости варианта доставки СПГ танкерами по сравнению с транспортировкой природного газа по трубопроводам.

По некоторым оценкам, если транспортировка условной единицы объема газа по морским трубопроводам составляет 3.32 доллара, то транспортировка той же единицы объема газа танкерами составляет 4.40 доллара.

Приведем две наиболее известные математические модели транспортировки газов по наземным и морским газопроводам.

Модель ВБВК — одномерная нестационарная неизотермическая модель транспортировки неидеального сжимаемого газа по наземным трубопроводам — предложена и исследована в 1978 году в работах О. Ф. Васильева, Э. А. Бондарева, А. Ф. Воеводина и М. А. Каниболотского.

Эта модель успешно используется отечественными инженерами при расчетах течения газа по магистральным и промысловым трубопроводам и их системам.

При постоянном поперечном сечении цилиндрического трубопровода без притока и оттока газа через боковую поверхность система уравнений этой модели записывается следующим образом.

Модель ВБВК

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(p + \rho v^2)}{\partial z} &= -\rho g \frac{d\tilde{y}}{dz} - \lambda \rho \frac{v|v|}{2D}, \\ \frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho v \left(e + \frac{p}{\rho} \right) \right) &= \frac{4\beta}{D} (T^* - T) - \rho v g \frac{d\tilde{y}}{dz}, \\ e &= \varepsilon + \frac{v^2}{2}, \quad \varepsilon = i - \frac{p}{\rho}, \\ p &= Z \rho \mathcal{R} T, \quad Z = 1 + 0.07 \frac{p}{p_c} \frac{T_c}{T} \left(1 - 6 \frac{T_c^2}{T^2} \right), \end{aligned}$$

$$i = \int_{T_0}^T c_{p0} dT + RT(Z - z_2^*) \left(1 - \frac{p_0}{p}\right),$$

$$z_2^* = 1 + 0.84 \frac{T_c^3}{T^3} \frac{p}{p_c}.$$

Здесь t — время, z — координата вдоль оси газопровода; $\rho(z, t)$, $p(z, t)$, $T(z, t)$, $v(z, t)$ — средние по сечению трубопровода плотность, давление, температура и скорость газа в z -м сечении в момент времени t ; $e(z, t)$, $\varepsilon(z, t)$, $i(z, t)$ — удельные (на единицу массы) полная энергия, внутренняя энергия и энтальпия газа в z -м сечении в момент времени t ; D — диаметр трубопровода; g — ускорение силы тяжести, \tilde{y} — ордината точки z оси трубопровода (ось \tilde{y} направлена в сторону, противоположную силе тяжести).

Производная $\frac{d\tilde{y}}{dz}$ на спуске отрицательна, на подъеме — положительна.

$\lambda = \lambda(\text{Re}, k)$ — коэффициент гидравлического сопротивления, Re — число Рейнольдса, $k = k_s/R$ — коэффициент относительной шероховатости, k_s — коэффициент эквивалентной равномерно-зернистой шероховатости внутренней поверхности трубопровода; β — суммарный коэффициент теплопередачи через боковую стенку трубопровода; T^* — температура окружающей среды; Z — коэффициент сжимаемости газа; \mathcal{R} — газовая постоянная; p_c , T_c — критические давление и температура газа; $c_{p0} = c_p(p_0, T)$ — коэффициент удельной (на единицу массы газа) теплоемкости при постоянном давлении.

Здесь в уравнении баланса полной энергии пренебрегается переносом энергии вдоль оси трубопровода за счет турбулентной теплопроводности по сравнению с конвективным переносом энергии в этом направлении.

Модель ВБВК и ее варианты в настоящее время используются во многих работах.

Модель I, внешне отличающаяся от модели ВБВК, приведена, например, в работе В. И. Зубова, В. Н. Котерова, В. М. Кривцова и А. В. Шипилина, посвященной расчетам нестационарных газодинамических процессов в газопроводе на подводном переходе через Черное море. На похожей модели основаны многие программные комплексы. Как следует из руководства для пользователей, аналог модели I используется в программном комплексе OLGA.

Модель I

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial z} = 0,$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(p - \rho g y + \rho v^2)}{\partial z} = -\lambda \rho \frac{v|v|}{2D} - g y \frac{\partial \rho}{\partial z},$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \left(\varepsilon - g y + \frac{v^2}{2} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho v \left(i - g y + \frac{v^2}{2} \right) \right) = \frac{4\beta}{D} (T^* - T),$$

$$i = \varepsilon + \frac{p}{\rho},$$

$$p = p(\rho, T), \quad \varepsilon = \varepsilon(\rho, T), \quad i = i(\rho, T).$$

В модели I величины

$$t, z, g, \rho, p, v, T, T^*, D, \lambda, \beta, \varepsilon, i$$

имеют тот же смысл, что и в модели ВБВК; координата y (в отличие от координаты \tilde{y} в модели ВБВК) направлена по силе тяжести, т. е. на спуске производная $\frac{dy}{dz}$ положительна, а на подъеме — отрицательна.

Модель I является незамкнутой, вся термодинамическая часть модели не конкретизирована. Выбор уравнения состояния и калорического уравнения, выбор коэффициента гидравлического сопротивления $\lambda = \lambda(\text{Re}, k)$, расчет суммарного коэффициента теплопередачи β через боковую многослойную стенку газопровода в каждой конкретной прикладной задаче подлежит дополнительному исследованию.

Уравнение движения и уравнение полной энергии в моделях ВБВК и I выглядят по-разному, однако можно доказать, что эти уравнения в моделях ВБВК и I эквивалентны.

Доказательство эквивалентности уравнений движения в моделях ВБВК и I

Уравнение движения в модели I можно преобразовать следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(p + \rho v^2)}{\partial z} - \rho g \frac{dy}{dz} - g y \frac{\partial \rho}{\partial z} &= -\lambda \rho \frac{v|v|}{2D} - g y \frac{\partial \rho}{\partial z} \rightarrow \\ \rightarrow \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(p + \rho v^2)}{\partial z} &= \rho g \frac{dy}{dz} - \lambda \rho \frac{v|v|}{2D}. \end{aligned}$$

С учетом того, что

$$\frac{dy}{dz} = -\frac{d\tilde{y}}{dz},$$

доказано, что уравнения движения в моделях I и ВБВК совпадают.

Доказательство эквивалентности уравнений энергии в моделях ВБВК и I

Преобразуем уравнение энергии в модели I. Учтем равенства

$$\varepsilon + \frac{v^2}{2} = e, \quad i + \frac{v^2}{2} = \varepsilon + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} = e + \frac{p}{\rho}$$

и запишем левую часть уравнения энергии в модели I следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho(e - g y)) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho v \left(e + \frac{p}{\rho} - g y \right) \right) = \frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho v \left(e + \frac{p}{\rho} \right) \right) -$$

$$\begin{aligned}
-\frac{\partial(\rho g y)}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z}(\rho v g y) &= \frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho v \left(e + \frac{p}{\rho} \right) \right) - \\
-g y \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial z} \right) - \rho v g \frac{dy}{dz} &= \\
= \frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho v \left(e + \frac{p}{\rho} \right) \right) + \rho v g \frac{d\tilde{y}}{dz}.
\end{aligned}$$

В этих преобразованиях использованы уравнение неразрывности, независимость y от времени и связь y и \tilde{y} .

Таким образом, эквивалентность уравнений полной энергии в моделях I и ВБВК доказана.

Математические модели ВБВК и I оставляют открытыми ряд вопросов, например следующие:

- насколько допустимо в рассматриваемой задаче *одномерное* описание турбулентного течения газа в трубопроводе?
- насколько правомерно при моделировании *нестационарных* процессов в турбулентном потоке сжимаемого газа использование зависимости коэффициента гидравлического сопротивления $\lambda(\text{Re}, k)$, которая рассчитывается по полуэмпирическим моделям турбулентности или находится экспериментально для *установившихся* течений?

Тем не менее, модели ВБВК и I сочетают в себе достаточную для большинства практических задач полноту описания процесса транспортировки газа с возможностью решения в режиме реального времени входящих в эти модели систем уравнений. Как отмечалось, на моделях ВБВК и I и на их упрощенных вариантах основаны многочисленные работы по моделированию течений газа по трубопроводам.

Общая математическая модель неустановившихся неизотермических турбулентных течений смеси газов по морским газопроводам

Особенностью современных морских трубопроводов является их значительная протяженность без промежуточных подстанций и вызванная этим необходимость сверхвысоких давлений ≈ 25 (МПа) на входе. При таких давлениях газ существенно неидеальный, это усложняет моделирование термодинамических процессов. Возникает вопрос о необходимости учета зависимостей коэффициентов теплоемкости, вязкости, гидравлического сопротивления от температуры и плотности потока. От точности термодинамической части модели и от точности задания этих коэффициентов во многом зависит адекватность модели транспортировки газа.

Исследования по созданию математических моделей течения смеси газов по морским газопроводам проводятся в Санкт-Петербургском государственном университете с середины 90-х годов прошлого века.

Конец ознакомительного фрагмента.

Приобрести книгу можно

в интернет-магазине

«Электронный универс»

e-Univers.ru